प्रारम्भिक सांख्यिकी
एवं
भारत का आर्थिक विकास

(STATISTICS & EVOLUTION OF INDIAN ECONOMY)

[भाग 1—सांख्यिकी (Statistics)]

लेखक

आर० डी० गुप्ता
एम० ए०, बी० काम०, एल एल० बी०
शिक्षा अधिकारी
शिक्षा निदेशालय, दिल्ली

सी० एल० दुसाज
एम० ए०, एल एल० बी०
दिल्ली पब्लिक स्कूल
मथुरा रोड, नई दिल्ली

तथा

बी० के० गुप्ता एम० ए० (अथ०), एम० काम०,
राजकीय बाल सीनियर विद्यालय न० 1,
झील कुरजा, दिल्ली

पीताम्बर पब्लिशिंग कम्पनी



शैक्षिक प्रकाशक
888, ईस्ट पार्क रोड, करोल बाग,
नई दिल्ली-110005

प्रकाशक :
पीताम्बर पब्लिशिंग कम्पनी
888, ईस्ट पार्क रोड, करोल बाग,
नई दिल्ली-110005 (भारत)
दूरभाष कार्यालय 519433, 526933
आवास 562919, 561321

[संस्करण 1980]

[मूल्य Rs 6/75 पैसे Price Rs 8 10

मुद्रक :
पीताम्बर प्रिंटिंग प्रेस
41-42, बस्ती हरफूलसिंह,
110006
512041]

भूमिका

प्रस्तुत पुस्तक सैंट्रल बोर्ड आफ सकण्डरी एजुकेशन, नई दिल्ली की 10+2 शिक्षा प्रणाली के नवीनतम पाठ्यक्रमानुसार अर्थशास्त्र विषय मे कक्षा 11 के छात्रो के लिए लिखी गई है। इसके द्वारा छात्रा का सांख्यिकी के अध्ययन के लिये उपयुक्त विषय-सामग्री सरल भाषा मे उपलब्ध कराने का प्रयास किया गया है। सांख्यिकी मे विभिन्न विधियां तथा सूत्रो को स्पष्ट करने के लिये पर्याप्त सख्या मे उदाहरणों का समावेश किया गया है तथा भारतीय अर्थ व्यवस्था के विकास से सम्बन्धित समस्याओं का अध्ययन स्पष्ट एव सरल भाषा म किया गया है। विषय को रोचक, सरल एव बोधगम्य बनाने के उद्देश्य स चित्र, चार्ट, एव ग्राफ तथा सारणियो का यथास्थान प्रयोग किया गया है। प्रत्येक पाठ के अन्त मे दोहराने की सुविधा के लिए साराश दिया गया है और पर्याप्त सख्या मे अभ्यासार्थ प्रश्न दिये गय है।

हमारा पूर्ण विश्वास है कि पुस्तक छात्रो को उपयुक्त एव सरल विषय-सामग्री प्रदान करके विषय की आवश्यकता को पूरा करने मे उपयोगी सिद्ध होगी।

पुस्तक के सुधार के लिये आदरणीय विषयाध्यापक एव पाठको के सुझाव सादर आमन्त्रित हैं।

—लेखकगण

विषय-सूची

खण्ड 1 (UNIT 1)

आर्थिक विश्लेषण में साख्यिकी

(STATISTICS IN ECONOMIC ANALYSIS)

अध्याय 1

प्रस्तावना

(INTRODUCTION)

सांख्यिकी का प्रयोग प्राचीन काल से ही होता चला आ रहा है। आरम्भ में इसका सम्बन्ध केवल राज्य शासन प्रबन्ध से ही था। इसका प्रयोग सरकार जनसंख्या, जन्म तथा मृत्यु दर, फौजी शक्ति, धन सम्पत्ति सम्बन्धी आंकड़े एकत्रित करने के लिए करती थी। चूंकि आंकड़े केवल सरकारी कार्यों के लिए एकत्र किए जाते थे इसलिए सांख्यिकी को "सरकारी विज्ञान" या "राजतन्त्र की कला" कहा जाता था। किन्तु आधुनिक समय में सांख्यिकी का प्रयोग अधिक विस्तृत हो गया है। अब इसका प्रयोग केवल राज्य शासन प्रबन्ध तक ही सीमित नहीं बल्कि भौतिक विज्ञान जीवन विज्ञान तथा सामाजिक विज्ञान में भी होने लगा है। वास्तव में प्रत्येक विज्ञान सांख्यिकी का प्रयोग किसी न किसी रूप में अवश्य करता है। आधुनिक सांख्यिकी विधियों जैसे केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप, अपकिरण के माप, विषमता के माप, प्रतिपगमन (regression), न्यादेश (sampling), सहसम्बन्ध, सूचकांक आदि के विकास के कारण ही अर्थशास्त्र में सांख्यिकी का प्रयोग सम्भव हो सका है।

आर्थिक विश्लेषण (Economic Analysis)

अर्थशास्त्र एक विज्ञान है जोकि आर्थिक स्थिति में मानव व्यवहार का अध्ययन करता है। आर्थिक स्थिति में मानव व्यवहार का विश्लेषण करते समय इसे अनेक आर्थिक सम्बन्धित चलों (variables) जैसे वस्तु का मूल्य और उसकी माँग, एक परिवार की आय और व्यय, मूल्य स्तर और निर्वाह लागत आदि को भी ध्यान में रखना पड़ता है। यह सांख्यिकीय विश्लेषण द्वारा ही हो सकता है। सांख्यिकी विश्लेषण आर्थिक विश्लेषण को शुद्धता प्रदान करता है। सांख्यिकीय विश्लेषण की सहायता से अर्थशास्त्री अनेक सम्बन्धित चलों के बीच आर्थिक सम्बन्धों की संरचना की जाँच (test) करते हैं। इस प्रकार सांख्यिकीय विश्लेषण की सहायता से आर्थिक विश्लेषण अधिक प्रभावशाली हो जाता है।

प्रयोगसिद्ध विश्लेषण (Empirical Analysis) तथा सख्यात्मक विश्लेषण (Quantitative Analysis) —

प्रयोगसिद्ध विश्लेषण (Empirical Analysis) —

प्रयोगसिद्ध विश्लेषण से तात्पर्य किसी विषय के अध्ययन की उस विधि स है जिसमे वास्तविक अवलोकना एव परीक्षणो (Experiments) के आधार पर ज्ञान प्राप्त किया जाता है। अत प्रयोगसिद्ध विश्लेषण विधि के अन्तगत हम अवलोकिक व्यवहार के द्वारा तथ्यो का ज्ञान प्राप्त करते हैं। प्राकृतिक विज्ञानों जैसे भौतिक शास्त्र व रसायन शास्त्र मे तो अध्ययन की इस विधि के आधार पर प्राप्त विज्ञान एव नियमो का परीक्षण (Testing) प्रयोगशाला मे किया जाता है। परन्तु अथशास्त्र तो एक सामाजिक विज्ञान है जिसकी विषय सामग्री मनुष्य है और क्षेत्र समस्त विश्व है। अत इसमे अवलोक विधि के आधार पर प्राप्त निष्कर्षों एव नियमों का परीक्षण प्रयोगशाला मे नही कर सकते। इसलिए अथशास्त्र म सांख्यिकीय विधियो को अपनाया जाता है। सांख्यिकीय विधियो के अन्तगत भी समस्याओ का व्यवस्थित रूप से अध्ययन किया जाता है परन्तु प्रयोगशाला म परीक्षण की सुविधा न होने के कारण इन विधियो द्वारा प्राप्त नियम इतने शुद्ध नहीं होते।

सख्यात्मक विश्लेषण (Quantitative Analysis)

सख्यात्मक विश्लेषण अध्ययन की उस विधि को कहते हैं जिसके अन्तगत तथ्यो को शुद्धता (preciseness) दी जाती है ताकि तथ्यो के बीच तुलना करना सम्भव हो सके। इसके अन्तगत हम तथ्यो का अध्ययन सख्यात्मक रूप में करते हैं है जैसे—सख्या मे 20, 35, 50 आदि, वजन मे किलोग्राम, क्विन्टल टन आदि, ऊँचाई मे सेन्टीमीटर, मीटर आदि। इसके पश्चात उन सख्यात्मक तथ्यो का सारणीयन (tabulation) एव विश्लेषण किया जाता है तथा उनके आधार पर परिणाम निकाले जाते हैं। सक्षेप मे सख्यात्मक विश्लेषण का मुख्य उद्देश्य तथ्यों को शुद्धता प्रदान करना है ताकि उनके बीच आसानी से तुलना हो सके।

सांख्यिकी का अथ (Meaning of Statistics)

सांख्यिकी शब्द दो विभिन्न अर्थों—बहुवचन और एकवचन म प्रयोग किया जाता है। जब यह बहुवचन मे प्रयोग होता है तो इसका अथ सांख्यिकीय आकडो के क्रमबद्ध सग्रह (Numerical or Quantitative Data) जैसे भारत के विभिन्न राज्यो में बेरोजगार व्यक्तियो की सख्या, 1971 की जनगणना रिपोट मे जनसख्या के आँकडो का ब्यौरा, देश मे विभिन्न फसलों मे उत्पादन का ब्यौरा, देश के विभिन्न भागो मे अनपढ व्यक्तियो का ब्यौरा, आदि इसके उदाहरण हैं। अत इस प्रयोग में सांख्यिकी से अभिप्राय आँकडो से होता है। परन्तु जब सांख्यिकी शब्द एकवचन मे प्रयोग होता है तो इसका अथ "सांख्यिकी विज्ञान' of Statistics) से है। सांख्यिकी विज्ञान आकडो के सग्रह करने,

व्यवस्थितिकरण करने, प्रस्तुतीकरण करने, विश्लेषण करने और उनकी व्याख्या करने में प्रयुक्त सांख्यिकी सिद्धान्तो और विधियो को बताता है।

सांख्यिकी की परिभाषा (Definition of Statistics)

विभिन्न लेखको ने सांख्यिकी की विभिन्न परिभाषाएँ दी हैं। कुछ लेखको ने इसे सांख्यिकी विधियो (एकवचन) के रूप में माना है और कुछ लेखको ने इसे आंकड़ों अथवा तथ्यो के समूह (बहुवचन) के रूप में माना है।

सांख्यिकी की परिभाषा (सांख्यिकी विज्ञान के रूप में)

डा० ए० एल० बाउले (A L Bowley) ने सांख्यिकी की अनेक परिभाषाएँ दी हैं। एक स्थान पर उन्होंने कहा है कि 'सांख्यिकी गणना करने का विज्ञान है।' एक दूसरे स्थान पर वह कहते हैं कि सांख्यिकी 'माध्यो का विज्ञान' है। परन्तु यह दोनो परिभाषाएँ अति सीमित हैं क्योकि सांख्यिकी विज्ञान न तो गणना तक ही सीमित है और न माध्यो तक ही। डा० बाउले ने एक और परिभाषा दी है जो इस प्रकार है—"सांख्यिकी विज्ञान, किसी अनुसन्धान से सम्बन्धित अंको में व्यक्त किये गये उन तत्वो से है जिन्हें एक दूसरे के सम्बन्ध में रखा जा सकता है, के विवरण को कहते है।"[1] बाउले की यह परिभाषा भी सर्वमान्य नहीं क्योकि इस परिभाषा में भी समको (Statistics) की कुछ ही विशेषताओ पर प्रकाश डाला गया है, समस्त विशेषताओ पर नहीं। बाउले की एक और परिभाषा इस प्रकार है, "सांख्यिकी वह विज्ञान है जो सामाजिक व्यवस्था को सम्पूर्ण मान कर उसके सभी रूपो का माप या मापन करता है।"[2]

डा० बाउले की यह परिभाषा भी सकीर्ण है क्योंकि यह सांख्यिकी का क्षेत्र केवल समाज शास्त्र तक ही सीमित करती है। अपनी परिभाषा की इस कमी को स्वयं बाउले ने स्वीकार किया है जब उन्होंने यह कहा कि "सांख्यिकी का विज्ञान केवल किसी एक विज्ञान तक ही सीमित नहीं हो सकता।"

प्रो० बोडिंगटन (Boddington) ने सांख्यिकी की परिभाषा इस प्रकार दी है, "सांख्यिकी अनुमान और सम्भावनाओ का विज्ञान है।"[3] यह परिभाषा भी अपर्याप्त है। क्राक्स्टन (Croxton) तथा काऊडन (Cowden) ने सांख्यिकी की एक सरल तथा अधिक विस्तृत परिभाषा दी है "सांख्यिकी आंकडा के सग्रह करने, प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण एवं उनके निर्वचन का विज्ञान है।"[4]

---

1 'Statistics are numerical statements of facts in any department of enquiry placed in relation to each other" —Bowley, A L

2 "Statistics is the science of measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestation' —Bowley A L

3 ' Statistics is the science of estimates and probabilities
—Boddington

4 "Statistics may be defined as the collection presentation, analysis and interpretation of numerical data
—Croxton & Cowden

प्रो० सालिगमैन (Saligman) ने सांख्यिकी की अधिक विस्तृत परिभाषा दी है। उनके अनुसार "सांख्यिकी एक विज्ञान है जो कि संख्यात्मक आंकड़ो के संग्रह करने की विधियो, वर्गीकरण, प्रस्तुतीकरण, तुलना तथा उनके विश्लेषण तथा निवचन से सम्बन्धित है, जो कि किसी निरीक्षण अथवा प्रयोग के किसी भी क्षेत्र की जाच के लिए संग्रहित किये गए हैं।"[1]

सांख्यिकी की परिभाषा (आकड़ों अथवा तथ्यों के समूह अथवा बहुवचन के रूप में)

तथ्यो के समूह के रूप में हम सबसे पहले वेबस्टर (Webster) की परिभाषा लिखते हैं। वेबस्टर के अनुसार "सांख्यिकी एक राज्य के लोगों की स्थिति से सम्बन्धित वर्गीकृत तथ्य है—विशेष रूप से वह तथ्य जिसको अंकों के रूप में या किसी सारिणी या वर्गित पद्धति द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता हो।"[2] यह परिभाषा भी ठीक नही है। इसके द्वारा सांख्यिकी का क्षेत्र केवल राज्यकीय कार्यों में प्रस्तुत आकड़ा के संग्रह तक ही सीमित रह जाता है जब कि वास्तव में सांख्यिकी का क्षेत्र अत्यन्त विस्तृत हो गया है।

प्रो० होरेस सेक्रिस्ट (Prof Horace Secrist) ने भी सांख्यिकी की तथ्यों के समूह अथवा आकड़ों के रूप मे परिभाषा दी है जो इस प्रकार है "सांख्यिकी तथ्यों के उस समूह को कहते हैं जो अनेक कारणों से एक सीमा तक प्रभावित होते हैं और जिन्हें अंको मे व्यक्त किया जाता है, जिनकी गणना या अनुमान शुद्धता की एक उचित स्तर तक की जाती है, जिन्हें पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिए एक व्यवस्थित ढंग से संग्रहित किया जाता है तथा जिन्हें एक दूसरे के तुलनात्मक रूप में रखा जाता है।"[3]

---

1 'Statistics is the science which deals with methods of collecting classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of enquiry".
—Saligman

2 "Statistics are the classified facts representing the conditions of the people in a state especially those facts which can be stated in numbers or in tables or numbers or in any other tabular or classified arrangement' —Webseter.

3 "By Statistics we mean aggregate of facts affected to a marked extent by multiplicity of causes, numerically expressed, enumerated or estimated according to a reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other" —Secrist.

सांख्यिकी की विशेषताएँ (Characteristics of Statistics)

सभी आँकड़े अथवा संख्यात्मक तथ्य सांख्यिकी कहलाने के योग्य नही होते। केवल वही तथ्य सांख्यिकी कहला सकते हैं जिसमे निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं

1 तथ्यो का समूह (Aggregates of Facts)

एक अकेला तथ्य जैसे "मोहन की आयु 15 वर्ष है" सांख्यिकी नही कहला सकता यद्यपि यह तथ्य अंक मे व्यक्त है। इसका कारण यह है कि एक अकेले तथ्य का किसी सम्बन्धित रूप से अध्ययन नहीं किया जा सकता। उदाहरण के लिए एक अकेला तथ्य जोकि जन्म, मृत्यु, क्रय, विक्रय आदि से सम्बन्धित है, सांख्यिकी नहीं कहला सकता। परन्तु जन्म, मृत्यु, क्रय, विक्रय आदि से सम्बन्धित तथ्यो के समूह सांख्यिकी कहलाते हैं।

2 अनेक कारणों से प्रभावित (Affected by Multiplicity of Causes)

सांख्यिकी अनेक कारणो से प्रभावित होती है न कि केवल किसी एक कारण से। उदाहरण के लिए एक विशेष अवधि मे गेहूँ के उत्पादन की मात्रा अनेक कारणो जसे मिट्टी की किस्म, तापमान, वर्षा की मात्रा आदि पर निभर करती है। इसी प्रकार वस्तुओ की कीमत केवल मुद्रा की पूर्ति से ही प्रभावित नही होती बल्कि अनेक कारण जैसे उपभोग मे परिवतन, आयात एव निर्यात मे परिवतन इन पर प्रभाव डालते हैं।

3 अंकों में व्यक्त (Numerically Expressed)

सांख्यिकी तथ्यो को संख्यात्मक रूप मे अभिव्यक्त करती है अर्थात सांख्यिकी आंकड़े सदव अंको मे व्यक्त किये जाते हैं जसे 1975 76 मे 121 मिलियन टन खाद्यान्न का उत्पादन, 103 मिलियन टन कोयले का उत्पादन 8091 मि॰ मीटर कपड़े का उत्पादन आदि। गुणात्मक वाक्य जैसे "भारत की जनसंख्या मे तीव्र गति से वृद्धि हो रही है" या भारत मे कोयले का उत्पादन काफी है' आदि सांख्यिकी नही हैं।

4 शुद्धता का उचित-स्तर (Reasonable Standard of Accuracy)

सांख्यिकी आँकड़े दो विधियो से एकत्रित किये जाते हैं—गिनती या माप द्वारा और अनुमान द्वारा। उदाहरण के लिए जब हम यह कहते हैं कि परीक्षा हाल म 200 विद्यार्थी बैठे है तो यह आँकड़े हमने गिनती द्वारा प्राप्त किये हैं, अत यह शत प्रतिशत शुद्ध हैं। परन्तु जब हम शत प्रतिशत आँकड़े एकत्रित नही कर सकते तो हम अनुमान लगा लेते है उदाहरण के लिए यह कहा गया कि '15 अगस्त 1978 को प्रधान मन्त्री का भाषण सुनने के लिए लालकिले पर 4 लाख व्यक्ति गए' तो यह आँकड़े अनुमानित हैं पूर्णतया शुद्ध नहीं, क्योंकि व्यक्ति 4 लाख से कुछ कम या अधिक हो सकते है। फिर भी सांख्यिकी आँकड़ो मे यथोचित परिशुद्धता होना आवश्यक है अन्यथा आँकड़े भ्रामक होगे।

5 पूर्व-निश्चित उद्देश्य के लिए एकत्रित (Collected for Pre-determined Purpose)

सांख्यिकीय आंकडे एक पूर्व-निश्चित उद्देश्य के लिए एकत्रित किये जाते हैं। यदि आंकडो को एकत्रित करने का उद्देश्य सामने न हो तो सकलनकर्ता आवश्यक तथा अनावश्यक आंकडो मे भेद नही कर सकता। उद्देश्य की अनुपस्थिति म हो सकता है कि सकलनकर्ता आवश्यक आंकडो को छोड दे और अनावश्यक आंकडो का सग्रह कर ले। अत सांख्यिकीय आंकडे एक पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिए सग्रहित किये जाने चाहिए।

6 व्यवस्थित ढग से सग्रहित (Collected in a Systematic Manner)

सांख्यिकीय आंकडो को एक व्यवस्थित ढग से सग्रहित किया जाना चाहिए। व्यवस्थित ढग से एकत्र किये गए सांख्यिकीय आंकडे अधिक शुद्ध होते हैं।

7 पारस्परिक सम्बन्धित आंकडे (Capable of Being Placed in relation each other)

आंकडे एक दूसरे से सम्बन्धित होने चाहिए। पारस्परिक सम्बन्धित आंकडे विश्लेषण एव तुलना करने म सहायता देते हैं।

सांख्यिकी के कार्य
(Functions of Statistics)

1 तथ्यो को स्पष्टता प्रदान करना (Presentations of Facts in a Definite Form)

सांख्यिकी तथ्यो को अंको म प्रयुक्त करके अधिक विश्वसनीय और स्पष्ट बनाती है। अंको मे कही हुई बात अधिक स्पष्ट होती है। उदाहरण के लिए दो वाक्यो को देखिये 1975 76 मे खाद्यान्न का उत्पादन 1974-75 से अधिक हुआ —भारत मे 1975-76 मे गेहूँ का उत्पादन 121 मिलियन टन था जबकि 1974-75 मे इसका उत्पादन 100 मिलियन टन था। इन दोनो वाक्यो मे दूसरा वाक्य अधिक स्पष्ट है क्योकि गेहूँ के उत्पादन की अंको मे सूचना देता है। इस प्रकार यह कहना कि भारत मे कीमतें तेजी से बढ रही है इतना स्पष्ट या प्रभावशाली नहीं जितना कि यह कहना कि 1971-72 की तुलना मे 1976-77 की थोक कीमतो म 180 प्रतिशत वृद्धि हुई। इस प्रकार हम देखते हैं कि सांख्यिकी तथ्यो को अंको में प्रस्तुत करके उन्हें अधिक स्पष्ट और विश्वसनीय बनाती है।

2 तथ्यो की जटलता को सरलता प्रदान करना (Simplifies the Complex Facts)

सांख्यिकीय विधियाँ जैसे माध्य (Mean), अपकिरण (Dispersion) इत्यादि तथ्यो की जटिलता को दूर करके उनमे सरलता लाती हैं। सांख्यिकी के द्वारा आंकड़े तथा जटिल समूह को थोडे से अको म व्यक्त किया जा सकता है जिससे समस्या को आसानी से समझा जा सकता है।

3 तथ्यों की तुलना को सुगम करना (Facilitates Comparison of Facts)

विभिन्न सांख्यिकीय विधियाँ तथ्यों को तुलनात्मक रूप में प्रस्तुत करने में सहायता देती हैं। जिनसे लाभदायक परिणाम (conclusions) प्राप्त किए जा सकते हैं। *सांख्यिकीय विधियाँ जैसे माध्य, अनुपात, प्रतिशत दर, गुणांक इत्यादि* उपकरण (Tools) हैं जो तथ्यों मे तुलना करना सुगम करते हैं।

4 तथ्यों के सम्बन्धों का अध्ययन करना (Studies Relationship between different facts)

सांख्यिकी का एक और कार्य यह है कि यह दो या दो से अधिक तथ्यों के बीच सम्बन्धों का अध्ययन करती है। उदाहरण के लिए माँग और पूर्ति के बीच सम्बन्ध, द्रव्य की पूर्ति और कीमत स्तर में सम्बन्ध, व्यक्तियों मे कद और वजन मे सम्बन्ध इत्यादि।

5 व्यक्तिगत अनुभव को बढ़ाना (Enlarges individual experience)

सांख्यिकी व्यक्तिगत अनुभव को बढ़ाती है और अनेक प्रकार की समस्याओं को सुलझाने में सहायता करती है। डा० ए० एल० बाउले ने ठीक ही कहा है कि "सांख्यिकी का उचित कार्य निःसन्देह व्यक्तिगत अनुभव को बढ़ाना है।" (The proper function of statistics, indeed is to enlarge individual experience)

6 उचित नीतियो के बनाने में सहायता करना (Helps in the Formulation of Suitable Policies)

उचित नीति के बनाने मे सांख्यिकीय आँकड़े अत्यन्त आवश्यक हैं। वे ऐसी नीतियो के लिए आधारभूत सामग्री हैं, उदाहरण के लिए भारत सरकार द्वारा विभिन्न वस्तुओ के आयात एवं निर्यात नीतियाँ वस्तुओं की माँग एवं पूर्ति के संख्यात्मक आँकड़ो के आधार पर ही बनायी जाती हैं।

7 पूर्वानुमान में सहायता देना (Helps in Fore-casting)

सांख्यिकी न केवल वर्तमान मे अनुमान लगाने मे सहायता देती है बल्कि भविष्य के लिए पूर्वानुमान लगाने मे भी सहायता करती है, क्योंकि सांख्यिकीय विधियाँ भविष्य मे होने वाली घटनाओ के सम्बन्ध मे सही जानकारी दे सकती हैं। उदाहरण के लिए एक व्यापारी अपने गत वर्ष की बिक्री के आँकड़ो के आधार पर यह अनुमान लगा सकता है कि आने वाले वर्ष मे वह कितनी मात्रा में माल का उत्पादन करे।

सांख्यिकी का महत्व (Importance of Statistics)

सांख्यिकी का महत्व दिन प्रति दिन बढ़ता जा रहा है। इसका कारण यह है कि सांख्यिकी का प्रयोग अर्थशास्त्र, भौतिक शास्त्र, रसायन शास्त्र, समाजशास्त्र आदि सभी क्षेत्रों में होता है। वास्तव में आज हमें कोई भी क्षेत्र ऐसा दिखाई नहीं

देता जहाँ पर सांख्यिकी का प्रयोग न किया जाता हो। सांख्यिकी तथ्यों को सुगमता और स्पष्टता प्रदान करती है और उन्हें आसानी से समझने योग्य बनाती है। यह व्यक्तिगत अनुभव को बढ़ाती एवं विस्तृत करती है।

प्राकृतिक साधन, जनसंख्या, उत्पादन, राष्ट्रीय आय, उपभोग आदि के सम्बन्ध में सांख्यिकी के बिना हमारा अध्ययन पूर्ण नहीं हो सकता। सांख्यिकी के महत्व की व्याख्या निम्नलिखित है

1 सांख्यिकी तथा आर्थिक आयोजन (Statistics and Economic Planning)

किसी देश के साधनों के श्रेष्ठतम प्रयोग के लिए आर्थिक आयोजन अनिवार्य होता है। आयोजन के बिना सरकार की सभी आर्थिक नीतियाँ पूर्ण रूप से सफल नहीं हो सकती। आर्थिक नीतियों एवं आयोजन की सफलता के लिए सांख्यिकी का प्रयोग आवश्यक है क्योंकि इन नीतियों के सम्बन्ध में सरकार द्वारा लिए गए निर्णय सांख्यिकी तथ्यों पर ही निर्भर करते हैं।

2 सांख्यिकी तथा व्यापार (Statistics and Business)

आज व्यापार का आकार बहुत बढ़ गया है और प्रबन्धक एवं व्यापारी वर्गों को अनेक प्रकार के अनुमान लगाने पड़ते हैं। उन्हें अपनी वस्तु की पूर्ति की मात्रा माँग के अनुमानों के आधार पर ही बढ़ानी या घटानी पड़ती है। व्यापार में लाभ तभी हो सकता है जबकि व्यापारी वस्तु की माँग का ठीक ठीक अनुमान लगा सके। परन्तु ठीक ठीक अनुमान लगाने के लिए उसे सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग करना पड़ता है। इस प्रकार व्यापार में सांख्यिकी का अत्यधिक महत्व है। सभी प्रकार की व्यापारिक गतिविधियों जैसे उत्पादन, क्रय, विक्रय, वित्त, श्रम, लेखा, बाजार, अनुसंधान, कीमत निर्धारण आदि के लिए सांख्यिकीय विधियों तथा आँकड़ों का प्रयोग करना पड़ता है। व्यापारिक अनुमान (Business forecasting) भी सांख्यिकी की सहायता से लगाये जाते हैं।

3 सांख्यिकी तथा अर्थशास्त्र (Statistics and Economics)

अर्थशास्त्र में तो सांख्यिकी का विशेष महत्व है। सभी प्रकार के आर्थिक विश्लेषण में आँकड़ों का प्रयोग किया जाता है। अर्थशास्त्र के सभी क्षेत्रों में महत्वपूर्ण तथ्यों में तुलना एवं सम्बन्ध सांख्यिकीय विधियों की सहायता से किया जाता है। सांख्यिकी की सहायता से माँग और पूर्ति में सामंजस्य (adjustment) किया जाता है। सांख्यिकी की सहायता से ही देश की विभिन्न समस्याओं जैसे गरीबी, बेरोजगारी, आय की असमानता इत्यादि का श्रेष्ठतम रूप से समाधान किया जा सकता है।

4 सांख्यिकी तथा सरकार (Statistics and Government)

आज के युग में सरकारी कार्यों में अत्यधिक वृद्धि हो गई है। आज सरकार का काम केवल कानून व्यवस्था को बनाना या देश को विदेशी आक्रमणों से बचाना

ही नहीं बल्कि देश के नागरिकों के कल्याण को बढाना भी है। आजकल सरकार अनेक प्रकार के कार्यों जैसे यातायात, रक्षा, रेलवे, खाद्य, वाणिज्य डाक व तार, उद्योग, कृषि व्यापार आयात व निर्यात करती है। इन सब कार्यों को कुशलतापूर्वक चलाने के लिए आँकडो पर निर्भर करना पडता है। युद्ध के समय मे भी सांख्यिकी की बहुत आवश्यकता पडती है। युद्ध सम्बन्धी आँकडो के आधार पर सरकार दुश्मन की शक्ति का सही अनुमान लगा सकती है। सरकार का वार्षिक बजट भी आय-व्यय सम्बन्धी आँकडो के उचित संग्रह और अनुमान पर आधारित होता है। अनेक कार्यों मे सांख्यिकी के महत्व को पहचान कर ही आज सरकार सबसे अधिक आँकडे एकत्रित करती है।

5 सांख्यिकी तथा बैंकर (Statistics and the Banker)

एक बैंकर के लिए सांख्यिकी का ज्ञान बहुत लाभदायक है। सांख्यिकी की सहायता से वह व्यापार मे आने वाली तेजी अथवा मन्दी के बारे मे जान सकता है और इस ज्ञान के आधार पर वह अपने ग्राहकों की साख (Credit) की माँग का पूर्वानुमान लगा सकता है और अपनी साख नीति का निर्माण कर सकता है। सांख्यिकी की सहायता के बिना बैंकर के पूर्वानुमान गलत हो सकते हैं और वह जनता के विश्वास को खो सकता है। अतः बैंकर के लिए सांख्यिकी का ज्ञान अनिवार्य है।

6 सांख्यिकी तथा बीमा कम्पनियाँ (Statistics and Insurance Companies)

बीमा कम्पनियाँ सांख्यिकी का सबसे अधिक प्रयोग करती हैं। वास्तव मे बीमा कम्पनियाँ जीवन तथा मृत्यु सारणियाँ (Life and Mortality Tables) के बिना अपना कारोबार कर ही नहीं सकती क्योंकि वे जीवन की प्रत्याशा (Expectation of Life) के आधार पर बीमा दरें (Premium rates) निश्चित करती हैं और जीवन की प्रत्याशा, जीवन एवं मृत्यु सारणियों के द्वारा ज्ञात की जाती हैं। बीमा क्षेत्र मे सांख्यिकी का सम्भावना सिद्धान्त (Theory of Probability) पूर्ण रूप से कार्य करता है और बीमा कम्पनियों की सफलता जीवन सारणियों की शुद्धता पर निर्भर करती है।

7 सांख्यिकी तथा मानव कल्याण (Statistics and Human Welfare)

सांख्यिकी का ज्ञान मानव कल्याण से सम्बन्धित सभी समस्याओं के समाधान के लिए महत्वपूर्ण है। गरीबी, बेरोजगारी, खाद्यान्नों की कमी, तेजी से बढती हुई कीमतें आदि समस्याओं की गम्भीरता तथा उनका हल सांख्यिकी के आँकडों के आधार पर ही किया जा सकता है।

8 सांख्यिकी तथा अनुसन्धान (Statistics and Research)

अनुसन्धानकर्ताओं के लिए सांख्यिकी का ज्ञान महत्वपूर्ण होता है सांख्यिकीय उपकरण (Statistical tools) अनुसन्धानकर्ताओं के लिए विशेष महत्व रखते हैं। सांख्यिकीय उपकरणों अथवा विधियों के द्वारा अनुसन्धानकर्ता

विभिन्न मिट्टियों पर विभिन्न प्रकार के उवरको (Fertilisers) के प्रयोग के परिणामस्वरूप फसलो की पैदावार के सम्बन्ध में परीक्षण (Experiments) करते है और प्राप्त परिणामो की घोषणा करते हैं जो किसानो के लिए अत्यधिक लाभदायक सिद्ध होते हैं। उत्पादन के अन्य क्षेत्रों में भी सांख्यिकीय तथ्य अनुसन्धान मे सहायता देते हैं।

9 सांख्यिकी तथा निरीक्षण (Statistics and Supervision)

प्रभावशाली निरीक्षण के लिए भी सांख्यिकी का ज्ञान अनिवार्य है। प्रत्येक संस्था चाहे वह उत्पादक या व्यापारी हो, यही चाहती है कि कम व्यय पर अधिक कार्यक्षमता प्राप्त हो। ऐसा तभी हो सकता है जब कि अपनाई गई नीतियों के परिणामों की जांच सांख्यिकीय आंकड़ो द्वारा की जाए। अत यह आवश्यक है कि निरीक्षकों का उचित नीति-निर्माण के लिए संस्था द्वारा उत्पादन की मात्रा, लागत व मूल्य स्थिति, श्रम स्थिति आदि सम्बन्धी आंकड़ो का ज्ञान हो, परन्तु यह आकड़े सांख्यिकी के द्वारा ही प्राप्त हो सकते हैं।

10, सांख्यिकी तथा पूर्वानुमान (Statistics and Forecasting)

सांख्यिकीय आकड़े तथा सांख्यिकीय विधियाँ विश्वसनीय (reliable) पूर्वानुमान लगाने में सहायता करते हैं। उदाहरण के लिए वाणिज्य एव व्यापार मन्त्रालय तथा व्यापार मडल आकड़ों की सहायता से वाणिज्य एव व्यापार के सम्बन्ध मे पूर्वानुमान लगाते हैं, ऋतु विज्ञान (The Science of Meteorology) मौसम सम्बन्धी पूर्वानुमान देने के लिए आकड़ो का प्रयोग करता है, तथा खगोल विज्ञान (Astronomy) सूर्य-ग्रहण व चन्द्रग्रहण सम्बन्धी पूर्वानुमान लगाने के लिए आकड़ा का प्रयोग करता है।

सांख्यिकी की सीमाएँ (Limitations of Statistics)

अब सांख्यिकी का क्षेत्र अधिक विस्तत हो गया है। शायद ही कोई ऐसा क्षेत्र होगा जिसमे सांख्यिकी का प्रयोग न किया जाता हो। यद्यपि इसका उपयोग दिन प्रति दिन बढता जा रहा है तथापि इसकी अनेक सीमाएं हैं जिनमे से मुख्य इस प्रकार हैं

1 सांख्यिकी व्यक्तिगत इकाइयों का अध्ययन नहीं करती (*Statistics does not* deal with Individuals)

सांख्यिकी केवल तथ्यो के समूहो का अध्ययन करती है। यह व्यक्तिगत इकाइयो का अध्ययन नहीं करती। उदाहरण के लिए प्रति व्यक्ति आय एक व्यक्ति के दुःख और पीडा के विस्तार को नही बता सकती। इसी प्रकार प्रति व्यक्ति आय म वृद्धि इस बात का चिन्ह नही कि एक गरीब व्यक्ति पहले मे अच्छी स्थिति में आ गया है। इसका कारण यह है कि सांख्यिकी केवल सामूहिक व्यवहार का अध्ययन करती है। अत यह समूह की व्यक्तिगत इकाइयो के विषय मे जानकारी प्राप्त नहीं कराती।

2 सांख्यिकी गुणात्मक तथ्यों का अध्ययन नहीं करती (Statistics does not deal with qualitative facts)

सांख्यिकी केवल सख्यात्मक तथ्यों का अध्ययन करती है, गुणात्मक तथ्यो का नही। गुणात्मक तथ्यो जैसे कुशलता, ईमानदारी, बुद्धिमत्ता आदि का अध्ययन प्रत्यक्ष रूप से नही हो सकता। गुणात्मक तथ्यो का अध्ययन परोक्ष रूप से किया जा सकता है जैसे विभिन्न विद्यार्थियो मे कुशलता की तुलना इनके द्वारा परीक्षा मे प्राप्त किय गए अको के आधार पर की जा सकती है।

3 सांख्यिकीय नियम यथाथ नहीं होते (Statistical Conclusions are not Exact)

सांख्यिकीय नियम अन्य प्राकृतिक विज्ञानो जैसे भौतिक शास्त्र तथा रसायन शास्त्र की भाँति न तो यथाथ होते हैं और न ही प्रत्येक दशा में लागू होते हैं। यह नियम तो केवल औसत रूप मे ही पूरे उतरते हैं। इसका कारण यह है कि यह नियम अनेक तथ्यो और कारणो से प्रभावित होते हैं।

4 सांख्यिकी का दुरुपयोग सम्भव है (Statistics can be Misused)

सांख्यिकी की सबसे बडी कमी यह है कि इसका बडी आसानी से दुरुपयोग हो सकता है। कोई भी अदक्ष (inexperienced) व्यक्ति सांख्यिकी विधियो का गलत प्रयोग करके कुछ भी परिणाम निकाल सकता है। इसीलिए यह कहा गया है कि "अदक्ष व्यक्ति के हाथ मे सांख्यिकी विधियाँ सबसे अधिक भयानक हथियार के समान हैं क्योकि वह उनका दुरुपयोग कर सकता है।"

5 सांख्यिकी समस्या का सवश्रेष्ठ हल नहीं बताती (Statistics does not provide correct Solution to the Problem)

किसी समस्या को हल करने की अनेक विधियाँ होती हैं। सांख्यिकी उनमें से केवल एक है। अत सांख्यिकी किसी समस्या का सवश्रेष्ठ हल देने मे असमथ है। इसलिए यह आवश्यक है कि सांख्यिकी द्वारा प्राप्त परिणामो या नियमो को अन्य विधियो द्वारा जाँच करके देखा जाये।

सांख्यिकी की अविश्वसनीयता (Distrust of Statistics)

सांख्यिकी के महत्व एव उपयोगिता के होते हुए भी इसको शकायुक्त दृष्टि से देखा जाता है तथा इसे अविश्वसनीय माना जाता है। कुछ लोगो का कहना है कि सांख्यिकी के द्वारा कोई भी बात सिद्ध की जा सकती है। जबकि कुछ लोग तो यहाँ तक कहने लगे हैं कि सांख्यिकी सब झूठो मे से हीन झूठ (Worst type of lies) है। उनके अनुसार "झूठ तीन प्रकार के हैं—झूठ, सफेद झूठ और सांख्यिकी।"[1]

---

1 'There are three types of lies—lies, damn lies and *Statistics*"

साख्यिकी के प्रति इस प्रकार की अविश्वसनीयता (Distrust) के निम्न-लिखित कारण हैं

1 अको में सहज ही विश्वास का होना (Figures can be easily believed)

जब तथ्यो को अको के साथ प्रस्तुत किया जाता है तो मनुष्य सहज ही उन पर विश्वास कर लेता है।

2 अकों का आसानी से शोषण किया जा सकता है (Figures can be easily Manipulated)

सही आकडे भी कभी-कभी चालाकी से इस प्रकार प्रस्तुत किए जा सकते हैं कि पढने वाले भ्रम मे पड जाते है। इस प्रकार स्वार्थी व्यक्ति गलत तथ्यो को अको के द्वारा सही सिद्ध कर देते है।

चाहे साख्यिकी के प्रति अविश्वसनीयता के कारण कुछ भी हो साख्यिकी को इसमे दोषी नही ठहराया जा सकता। साख्यिकी विधियाँ बहुत नाजुक उपकरण (*Delicate tools*) है जिनका आसानी से दुरुपयोग किया जा सकता है। अत साख्यिकी के प्रति अविश्वसनीयता लाने का दोष साख्यिकीय विधिया को प्रयोग करने वाला का है न कि साख्यिकी विज्ञान का। उदाहरण के लिए यदि एक व्यक्ति चाकू से अपनी अगुली काट लेता है तो इसमे चाकू का कोई दोष नही, बल्कि उस व्यक्ति का है, क्योकि चाकू से काम करते हुए उसको सतर्क रहना चाहिए था। यह भी हो सकता है कि उसने जानबूझ कर अगुली काटी हो। ठीक इसी प्रकार यदि साख्यिकी के उपकरणो का प्रयोग गलत तरीके से किया जाए या एक अयोग्य व्यक्ति जो कि साख्यिकीय उपकरणो के प्रयोग को भली भाति नही जानता, गलत परिणाम दे दे तो इसमे साख्यिकी विज्ञान पर दोष नही लगाया जा सकता।

आर्थिक विश्लेषण में प्रयुक्त किये जाने वाले साख्यिकीय उपकरण (Statistical tools used in Economic analysis)

जब साख्यिकी एक वचन मे प्रयोग होता है तो इसका भाव साख्यिकी विज्ञान (Science of Statistics) अथवा साख्यिकीय विधि से होता है। साख्यिकी विज्ञान साख्यिकीय सिद्धान्तो एव विधियो को बताता है। आर्थिक विश्लेषण मे प्रयोग होने वाले साख्यिकीय उपकरण अथवा विधियाँ निम्नलिखित हैं

1 आंकड़ों का सग्रह (Collection of Data)

आर्थिक विश्लेषण के लिए सवप्रथम आकडो का सग्रह किया जाता है। सग्रहित आकडे आर्थिक विश्लेषण के लिए प्राथमिक सामग्री (raw material) होते हैं। आकडो का सग्रह करने के लिए हम प्राय प्रादर्श (Sampling) या सगणना (Census) विधियो का प्रयोग करते हैं। आकडे साख्यिकी अनुसधान का आधार हैं। साख्यिकी उन सभी विधियो का विवचन करती है जिनके द्वारा आकडो का सग्रह किया जा सकता है।

2 आकडों का व्यवस्थितीकरण (Organisation of Data)

साख्यिकी आकडो को व्यवस्थित करने की विधियो का विवेचन करता है।

व्यवस्थित आकडे ही विश्लेषण के लिए उपयोगी हो सकते हैं । आकडा का वर्गीकरण (Classification) और सारणीकरण (Tabulation) द्वारा व्यवस्थित किया जाता है ।

3 आकडों का प्रस्तुतीकरण (Presentation of Data)

आकडो का सग्रह करने तथा व्यवस्थित करने के पश्चात प्रस्तुत किया जाता है । आकडा का प्रस्तुतीकरण बिन्दु-रेखाओ, मानचित्रो, वक्रो तथा ग्राफो द्वारा किया जाता है । आकडा के प्रस्तुतीकरण का मुख्य उद्देश्य यह है कि उनको आसानी से समझा जा सके ।

4 आकडो का विश्लेषण (Analysis of Data)

आर्थिक विश्लेषण के लिए साख्यिकीय निष्कर्षों का प्राप्त करने के लिए आकडा का विश्लेषण करना भी अनिवार्य है । केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप (Measures of Central Tendency), अपकिरन के माप (Measures of Dispersion), विषमता के माप (Measures of Skewness) सह-सम्बन्ध (Correlation), सूचाक (Index numbers) आदि आकडा के विश्लेषण की मुख्य विधियाँ हैं ।

5 आंकड़ों का निवचन (Interpretation of Data)

आकडे अपने आप कुछ नही कह सकते । अत इनका निवचन करना भी आवश्यक है । आकडो के निवचन से अभिप्राय एकत्रित तथा विश्लेषित आकडा से निष्कष निकालना होता है । यह कार्य एक कठिन काय है और इसको करन के लिए एक विशेष प्रकार की योग्यता व अनुभव का होना आवश्यक है ।

6 पूर्वानुमान (Forecasting)

प्रतिगमन (regression), बाह्यगमन, न्यूनतम वग विधिया द्वारा आकडा सम्बधी पूर्वानुमान लगाए जाते हैं जिन पर अनेक आर्थिक नीतियाँ आधारित हैं ।

अभ्यास के लिए प्रश्न

(Exercises)

1 प्रयागसिद्ध विश्लेषण तथा सख्यात्मक विश्लेषण मे अन्तर कीजिए । उनका क्या महत्त्व है ?

2 साख्यिकी की परिभाषा कीजिए । इसकी प्रमुख विशेषताएँ क्या हैं ?

3 साख्यिकी के महत्त्वपूण काय क्या हैं ?

4 आधुनिक आर्थिक व्यवस्था म साख्यिकी का महत्त्व उदाहरणा सहित दीजिए ।

5 अथशास्त्रियो, व्यापारियो तथा सरकार के लिए साख्यिकीय ज्ञान के लाभ को बताइए ।

6 "साख्यिकी कुछ भी सिद्ध कर सकती है—यह कथन कहाँ तक शुद्ध है । विवेचना कीजिए ।

7 सांख्यिकी की सीमाओं तथा अविश्वसनीयता पर आलोचनात्मक टिप्पणियाँ लिखिए ।

8 सांख्यिकी के बिना नियोजन बिना रेडार और कम्पास का जहाज है ।" इस कथन के सन्दर्भ में भारत के नियोजित विकास में सांख्यिकी के महत्त्व की व्याख्या कीजिए ।

9 व्यापार और आर्थिक नियोजन में सांख्यिकी के महत्त्व की व्याख्या कीजिए ।

10 आर्थिक विश्लेषण में प्रयुक्त किए जाने वाले सांख्यिकीय उपकरणों अथवा विधियों को संक्षेप में बताइए ।

11 सांख्यिकीय विधियों तथा परीक्षण विधियों में अन्तर स्पष्ट कीजिए ।

12 "आँकड़े अव्वल दर्जे के झूठ हैं ।"—विवेचना कीजिए ।

13 सांख्यिकी, सांख्यिकीय विधियों तथा सांख्यिकीय आँकड़ों की धारणाओं को स्पष्ट कीजिए ।

14 आर्थिक विश्लेषण में सांख्यिकी के महत्त्व पर प्रकाश डालिए ।

15 "सांख्यिकीय विधियाँ एक अकुशल व्यक्ति के हाथों में खतरनाक यन्त्र हैं ।"

उपर्युक्त कथन का आशय समझाइए ।

खण्ड 2 (UNIT—2)

आकड़ों का सकलन एवं व्यवस्थीकरण

(COLLECTION & ORGANISATION OF DATA)

अध्याय 2

साख्यिकीय आकड़ो का स्वरूप प्राथमिक व द्वितीय आकड़े

(NATURE OF STATISTICAL DATA PRIMARY AND SECONDARY DATA)

आकड़ो का सकलन (Collection of Data)

साख्यिकीय काय मे आकडा के सकलन का विशेष महत्व है। आकडा का सकलन साख्यिकी विज्ञान की मूलभूत क्रिया है। सकलित आकडे साख्यिकीय अनुसन्धान का आधार हैं। आकडा का सकलन करने वाला व्यक्ति अनुसन्धानकर्ता (Investigator) कहलाता है। अनुसन्धानकर्ता के सम्मुख एक निश्चित तथ्य (Specific Phenomenon) होता है जिसे साख्यिकीय अनुसन्धान (Statistical Enquiry) कहा जाता है।

साख्यिकीय अनुसन्धान (Statistical Enquiry) का आयोजन करने से पहले अनुसन्धानकर्ता को अनेक प्रारम्भिक बातो पर विचार करना पड़ता है

(1) अनुसन्धानकर्ता को इस बात की जानकारी प्राप्त होनी चाहिए कि साख्यिकी अनुसन्धान सख्यात्मक रूप मे व्यापक होने योग्य है अथवा नही। ऐसे कथन 'नेहरू कितना महान था।', 'अरविन्द घोष कितना पवित्र था'' सख्या मे व्यक्त नही किये जा सकते, अत उन पर साख्यिकीय विधियाँ लागू नही होती। किन्तु सख्यात्मक तथ्य जसे भारत में प्रति हेक्टर गेहूँ का औसत उत्पादन क्या है? भारत की प्रति व्यक्ति आय क्या है? भारत की कुल जनसख्या कितनी है? साख्यिकीय अनुसन्धान के उचित प्रश्न हैं।

(2) अनुसंधानकर्ता का कार्य आरम्भ करने से पहले सांख्यिकीय अनुसंधान (Statistical Enquiry) के उद्देश्य का भी भली-भांति समझ लेना आवश्यक है। इससे उसे यह पता लग जाता है कि किस प्रकार के आंकड़े एकत्र किए जाय और किस प्रकार उनका प्रयोग किया जाये।

(3) अनुसंधानकर्ता का अनुसंधान के क्षेत्र का स्पष्ट ज्ञान होना चाहिए अर्थात् अनुसंधानकर्ता को इस बात की भी जानकारी होनी चाहिए कि किस प्रकार की सूचना एकत्र करनी है ? क्या विषय सामग्री है ? और कितना विस्तृत क्षेत्र है ?

(4) अनुसंधानकर्ता का अनुसंधान (Enquiry) के उद्देश्य के अनुसार सांख्यिकीय इकाइयों की परिभाषा अच्छी तरह से निश्चित कर लेनी चाहिए। सांख्यिकीय इकाई मापने का वह साधन है जिसके आधार पर आंकड़े एकत्र करके प्रस्तुत व विश्लेषित किये जाते हैं। निश्चित की गई इकाई सरल, स्पष्ट तथा स्थायी होनी चाहिए।

(5) अनुसंधान आरम्भ करने से पहले अनुसंधानकर्ता को सूचना-स्रोतों को निश्चित कर लेना चाहिए। सूचना स्रोत दो प्रकार के हो सकते हैं—प्राथमिक (Primary) तथा द्वितीयक (Secondary)। जब अनुसंधानकर्ता स्वयं आंकड़ों का संकलन करता है तो उनको प्राथमिक आंकड़े कहा जाता है परन्तु प्रकाशित अथवा अप्रकाशित लेखों से आंकड़ों को प्राप्त किया जाता है तो ऐसे आंकड़ों को द्वितीयक आंकड़े कहा जाता है।

प्राथमिक आंकड़े (Primary Data)

प्राथमिक आंकड़े वे आंकड़े हैं जिनको अनुसंधानकर्ता अपने कार्य के लिए पहली बार संकलित करता है। इन आंकड़ों को मौलिक आंकड़े कहा जाता है और यह सांख्यिकीय विधियों के लिए कच्चे माल का काम करते हैं।

प्राथमिक आंकड़ों के संकलन की विधियाँ (Methods of Collecting Primary Data)

प्राथमिक आंकड़ों का संग्रह करने की प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित है

(1) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)

(2) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान(Indirect Oral Investigation)

(3) संवाददाताओं द्वारा सूचना
(Information through Correspondents)

(4) डाक द्वारा भेजी गई प्रश्नावली द्वारा अनुसन्धान
(Investigation through Mailed Questionnaire)

(5) गणकों द्वारा अनुसन्धान
(Investigation through Enumerators)

1 प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसन्धान (Direct Personal Investigation)

इस विधि से संकलित किए गये आंकडे अधिक विश्वसनीय होते है क्योंकि अनुसन्धानकर्त्ता स्वयं उन लोगों के पास जाता है जिनसे सूचना प्राप्त करनी होती है। ऐसे लोगों को सूचक (Respondents) कहा जाता है। इस विधि के अन्तर्गत अनुसन्धानकर्ता सूचकों से सीधे सम्पर्क मे आता है। अतः उसे चतुर, मध्य तथा नम्र होना चाहिए। उदाहरण—इस विधि के अनुसार यदि हमने एक बस्ती के मजदूरों के उपभोग स्तर का अध्ययन करना है तो अनुसन्धानकर्त्ता को स्वयं उस बस्ती मे जाना होगा और प्रत्येक मजदूर परिवार को स्वयं मिल कर उनसे अपने कार्य के लिए वांछित आंकडो का संकलन करना होगा।

प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसन्धान के लाभ (Merits of Direct Personal Investigation)

(1) इस विधि के अनुसार संकलित किए हुए आंकडे अधिक विश्वसनीय होते हैं।

(2) इस विधि द्वारा सूचना अधिक स्पष्ट होती है क्योंकि अनुसन्धानकर्त्ता अतिरिक्त प्रश्न पूछकर हर प्रकार की अस्पष्टता को दूर कर सकता है।

(3) आंकडो के संकलन में एकरूपता बनी रहती है।

(4) जहाँ अनुसन्धान का क्षेत्र छोटा है यह विधि बहुत उपयुक्त है।

प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसन्धान की सीमाएँ (Limitations of Direct Personal Investigation)

(1) इस विधि का प्रयोग तभी हो सकता है जब अनुसन्धान का क्षेत्र बहुत सीमित हो।

(2) इस विधि में अनुसन्धानकर्त्ता के व्यक्तिगत पक्षपात का प्रभाव अधिक पडता है।

(3) इस विधि मे व्यय और समय अधिक लगता है।

(4) इस विधि मे प्रशिक्षित अनुसन्धानकर्त्ताओं की आवश्यकता होती है।

2 अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसन्धान (Indirect Oral Investigation)

इस विधि मे अनुसन्धानकर्त्ता स्वयं सूचकों के पास नही जाता बल्कि वह किन्ही अन्य व्यक्तियों, जिन्हे वांछित जानकारी के बारे में कुछ ज्ञान होता है, से सूचना प्राप्त करता है। उदाहरण के लिए यदि किसी कारखाने में आग लग गई है तो इस अवस्था मे अनुसन्धानकर्त्ता कारखाने के मा[illegible] बल्कि कारखाने के आसपास रहने वाले व्यक्तियों से आग लगने के बारे में मौखिक पूछताछ द्वारा सूचना प्राप्त करेगा। परन्तु अनुसन्धानकर्त्ता को उन्ही व्यक्तियों से पूछताछ करनी

चाहिए जिन्हे समस्या से सम्बन्धित ज्ञान हो, जो पक्षपात रहित हो। ऐसे लोगो, जिनसे पूछताछ की जाती है को साक्षी (Witnesses) कहा जाता है। इस विधि की सफलता अनुसन्धानकर्त्ता की चतुराई, बुद्धिमत्ता, नम्रता आदि पर निर्भर करती है। प्राय जाँच समितियो और आयोगो द्वारा इस विधि का प्रयोग किया जाता है।

अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसन्धान के लाभ (Merits of Indirect Oral Investigation)

(1) आग, चोरी, खून आदि की घटनाओ मे जहाँ सूचको से प्रत्यक्ष सम्पर्क सम्भव नही हो सकता यह विधि ही काम आती है।

(2) इस विधि में अनुसन्धानकर्त्ता के व्यक्तिगत पक्षपात के प्रभाव का डर नही होता

(3) इस विधि म पक्ष और विपक्ष दोना प्रकार के विचार प्राप्त होते हैं जिनके आधार पर सत्य का अनुमान लगाया जा सकता है।

(4) जहाँ सूचना का क्षेत्र विस्तृत होना है, यह विधि अधिक लाभदायक होती है।

अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसन्धान की सीमाएँ (Limitations of Indirect Oral Investigation)

(1) सूचको अथवा साक्षियो द्वारा गलत सूचना प्राप्त होने की सम्भावना रहती है।

(2) इस विधि मे साक्षियो या सूचको की लापरवाही के कारण अशुद्ध आँकडे प्राप्त होने की सम्भावना रहती है।

(3) इस विधि म सूचको अथवा साक्षियो के पक्षपात का डर रहता है। अत इस विधि का सावधानी स प्रयोग करना चाहिए।

3 सवाददाताओं द्वारा सूचना (Information through Correspondents)

इस विधि मे अनुसन्धान अधिकारी उन स्थानो पर, जहाँ से सूचना एकत्र करनी होती है, स्थानीय एजेन्टों जिन्हे सवाददाता कहते है, को नियुक्त करता है। ये सवाददाता वाछित सूचना एकत्रित करते हैं और उस अनुसन्धान अधिकारी के पास भेजते रहते हैं। अनुसन्धान अधिकारी विभिन्न स्थानो से दगा, हडतालो, दुर्घटनाओ आदि के बारे म सूचना इस विधि द्वारा प्राप्त करता है।

इस विधि की सफलता इस बात पर निर्भर करती है कि सवाददाता कहाँ तक योग्य, विवेकशील तथा निष्पक्ष है।

सवाददाता द्वारा सूचना विधि के लाभ (Merits of Information through Correspondents)

(1) जब सूचना का क्षेत्र अत्यन्त विस्तृत हो तो यह विधि अधिक उपयुक्त सिद्ध होती है।

(2) इस विधि में पैसा और समय कम लगता है।

(3) पैदावार सम्बन्धी अनुमान (Crop estimates), कीमतों सम्बन्धी सूचनाएँ आदि प्राप्त करने के लिए यह एक उचित विधि है क्योंकि इन सूचनाओं में अधिक शुद्धता की आवश्यकता नहीं चाहिए।

(4) इस विधि द्वारा लगातार सूचनाएँ प्राप्त होती रहती हैं जिनके आधार पर विभिन्न अनुमानों की घोषणा होती रहती है।

संवाददाता द्वारा सूचना विधि की सीमाएँ (Limitations of Information through Correpondents)

(1) यह विधि विश्वसनीय नहीं क्योंकि मौलिक आँकड़ों का अभाव रहता है।

(2) इस विधि से प्राप्त सूचना या आँकड़ों में उच्च स्तर की शुद्धता नहीं होती, केवल सन्निकट (approximate) शुद्धता ही पाई जाती है।

(3) इस विधि द्वारा एकत्रित आँकड़ों में एकरूपता की कमी होती है।

(4) इस विधि से प्राप्त सूचनाओं पर संवाददाता के पक्षपात की सम्भावना रहती है।

4 डाक द्वारा भेजी गई प्रश्नावली द्वारा अनुसन्धान (Investigation through Mailed Questionnaire)

इस विधि में अनुसन्धानकर्ता पूछताछ सम्बन्धित प्रश्नों की एक सूची तैयार करके मुद्रित करवाता है। प्रश्नों के साथ ही उत्तर देने के लिए खाली स्थान रखा जाता है। इस प्रश्नावली को सभी सम्बन्धित व्यक्तियों अर्थात् सूचकों के पास डाक द्वारा भेज दिया जाता है। प्रत्येक प्रश्नावली के साथ एक अनुरोध-पत्र भेजा जाता है जिसमें सूचना एकत्रित करने का उद्देश्य, उत्तर भरने की विधि तथा उसको भरकर वापस भेजने का पता और तारीख भी लिखी होती है। अनुरोध पत्र में सूचकों को इस बात का भी विश्वास दिलाया जाता है कि उनके द्वारा दिये गये उत्तरों को गुप्त रखा जायेगा। प्रश्नावली को वापस भेजने का डाक खर्च भी प्राय अनुसन्धानकर्ता द्वारा पहले से दिया हुआ होता है। इस विधि का प्रयोग तभी सफल हो सकता है जब कि सूचक शिक्षित, सावधान और उत्तर देने वाले हों।

डाक द्वारा भेजी गई प्रश्नावली द्वारा अनुसन्धान के लाभ (Merits of Investigations through Mailed Questionnaire)

(1) इस विधि में पैसा, समय और परिश्रम की बचत होती है।

(2) यदि जाँच का क्षेत्र अधिक विस्तृत हो तो यह विधि अधिक उपयोगी मानी जाती है।

(3) इस विधि के अन्तर्गत मौलिक आँकड़ों का संकलन किया जा सकता है।

(4) इस विधि मे वाछित सूचना उच्च स्तर की हो सकती है।

डाक द्वारा भेजी गई प्रश्नावली द्वारा अनुसधान की सीमाएँ (Limitations of Investigation through Mailed Questionnaire)

(1) यह विधि केवल शिक्षित सूचका के लिए ही प्रयुक्त हो सकता है।

(2) प्राय सूचक प्रश्नावली का भरन म रुचि नही लेते। अत सूचना अशुद्ध हा सकता है।

(3) कुछ लाग सूचना देन से घबराते है और प्रश्नावली को अनुसधानकर्ता के पास वापिस भेजते ही नही।

(4) इस विधि म पूरक प्रश्न नही पूछे जा सकते। अत अशुद्ध उत्तरा की सम्भावना बनी रहती है।

(5) इस विधि के अतगत भेजे गए उत्तरा की जाँच करनी कठिन हाती है।

5 गणको द्वारा भेजी गई प्रश्नावली द्वारा अनुसधान (Investigation through Schedules or Questionnaire Sent Through Enumerators)

इस विधि मे सूचना प्राप्त करने के लिए गणका (enumerators) का नियुक्त किया जाता है। गणक प्रशिक्षित तथा विशिष्ट व्यक्ति होते है। गणका द्वारा सूचका के पास मुद्रित फार्म (Schedules or Questionnaire) भेज दिए जाते है। गणक इन फार्मों या प्रश्नावलिया को सूचका द्वारा भरवाने मे सहायता करते हैं और भरवाने के पश्चात उ ह अनुसधानकर्ता के पास भेज दते है। यह विधि सरकार द्वारा जनगणना आदि के लिए प्रयोग की जाती है। आजकल कुछ अनुसधान सस्थाएँ जसे N C E A R आदि भी इस विधि का प्रयोग करने लगी ह। इस विधि की सफलता गणका की बुद्धिमत्ता, ईमानदारी, मेहनत तथा काय कुशलता पर निभर करती है।

गणकों द्वारा भेजी गयी प्रश्नावली द्वारा अनुसधान के लाभ (Merits of Schedules Sent through Enumerators)

(1) यह विधि अशिक्षित सूचका के लिए भी प्रयोग की जा सकती है क्योंकि गणक स्वय जाकर प्रश्नावली का भरवाते है।

(2) इस विधि से सूचका के असहयोग की सम्भावना कम होती है क्योंकि गणक स्वय जाकर सूचना प्राप्त करते हैं।

(3) इस विधि द्वारा प्राप्त सूचना अधिक शुद्ध हाती है क्योकि गणक पूरक प्रश्न पूछ कर शुद्ध उत्तर प्राप्त कर सकते हैं।

(4) इस विधि द्वारा प्राप्त सूचना पर व्यक्तिगत पक्षपात का प्रभाव बहुत कम पडता है।

(5) इस विधि मे सूचका द्वारा सभी प्रश्ना के उत्तरो का प्राप्त किया जा सकता है।

(6) यह विधि विस्तृत जाँच के क्षेत्र के लिए उपयुक्त है ।

गणकों द्वारा भेजी गयी प्रश्नावली द्वारा अनुसंधान की सीमाएँ (Limitations of Questionnaire or Schedules Sent through Enumerators)

(1) यह विधि बहुत महँगी पड़ती है क्योंकि गणकों को काफी वेतन देने पड़ते है ।

(2) इस विधि म गणका के पक्षपात की भावना के कारण अशुद्ध परिणाम प्राप्त हो सकते है ।

(3) इस विधि म समय और परिश्रम अधिक लगता है क्योंकि गणकों द्वारा सूचको से सम्पर्क करने मे काफी समय लगता है ।

(4) इस विधि की सबसे बडी सीमा यह है कि इसम बड़ी सख्या मे कुशल और परिशिक्षित गणका की आवश्यकता होती है ।

प्रश्नावली तयार करना (Construction of Questionnaire)

'प्रश्नावली' किसी अनुसन्धान अथवा जाच से सम्बन्धित कुछ प्रश्नो का सग्रह है जोकि पहले स ही तैयार किया गया हाता है । प्रश्नावली तैयार करते समय निम्नलिखित बाता को ध्यान मे रखना चाहिए ।

(1) **प्रश्नो की सख्या (Number of Questions)**

जहाँ तक सम्भव हो प्रश्नो की सख्या कम होनी चाहिए । प्रश्नावली मे उन्ही प्रश्ना का रखना चाहिए जिनका समस्या से सीधा सम्बन्ध हो । अनावश्यक प्रश्ना को प्रश्नावली मे शामिल नही करना चाहिए । बडे आकार की प्रश्नावली को भरने म सूचका का समय अधिक लगता है और इसलिए वह प्रश्नावली भरने के काय का टालने का प्रयत्न करेंगे ।

(2) **सरल और स्पष्ट प्रश्न ' (Simple and Straightforward Questions)**

प्रश्नावली मे दिये गय प्रश्न सरल तथा स्पष्ट होन चाहिएँ ताकि सूचक इन्हे आसानी से समझ सकें । पेचीदा, लम्ब तथा दोहर अर्थो वाल प्रश्ना का प्रयोग नही करना चाहिए क्योकि एस प्रश्न उत्तरदाता का द्विविधा तथा असमजस मे डाल देत है तथा वह उत्तर दना हा पसन्द नही करता ।

(3) **प्रश्नो का क्रम (Sequence or Order of Questions)**

प्रश्नावली म प्रश्ना का एक उचित क्रम से रखा जाना चाहिए ताकि उचित उत्तर प्राप्त हो सके । प्रश्ना का आगे-पीछे देने से उत्तर ठीक ढग से नही दिया जाता । उदाहरण के लिए निम्न प्रश्न उचित क्रम (Logical Sequence) मे हैं

(क) क्या आप नौकरी करते हैं ?

(ख) आपकी आय क्या है ?

(ग) आप कितनी बचत करते हैं ?

परन्तु यदि एक व्यक्ति से यह पूछे बिना कि वह नौकरी या कोई अन्य कार्य करता है या नहीं, उसकी आय तथा बचत पूछना उचित नहीं। इसी प्रकार यदि एक व्यक्ति से पहले यह पूछा जाए कि उसके कितने बच्चे हैं ? और बाद में यह पूछा जाए कि वह विवाहित है या नहीं—उचित नहीं। उचित क्रम तो यह है कि पहले उस व्यक्ति से यह पूछा जाये कि वह विवाहित है या नहीं और बाद में यह पूछा जाये कि उसके कितने बच्चे हैं ?

4 उचित प्रश्न (Desirable Questions)

प्रश्नावली मे ऐसे प्रश्न शामिल नही करने चाहिएं जो सूचको मे उत्तेजना (Irritation) पैदा करने वाले हो या उनके निजी व्यक्तित्व को ठेस पहुँचाने वाले हों क्योंकि वे ऐसे प्रश्नो का उत्तर देने से इन्कार कर देंगे। उदाहरण के लिए यदि किसी व्यक्ति से यह पूछा जाए कि क्या उसने अपनी पत्नी को पीटना बन्द कर दिया है ? तो वह अवश्य ही उत्तेजित होगा और उसका उत्तर नही देगा। इसी प्रकार यदि किसी व्यक्ति से यह पूछा जाये कि क्या वह जुआ खेलता है ? तो वह उसका उत्तर नही देगा और यदि देगा तो अशुद्ध होगा। अत प्रश्नावली में ऐसे प्रश्न जिनका उत्तर देने मे सूचको के आत्मसम्मान व उनकी आर्थिक व सामाजिक भावनाओ को ठेस लगे, शामिल नही करने चाहियें।

5 प्रश्नों के प्रकार (Type of Questions)

(क) सामान्य विकल्प प्रश्न (Simple Alternative Questions)

विकल्प प्रश्न वे प्रश्न होते हैं जिनका उत्तर 'हाँ" या "नहीं", "गलत" या 'सही" मे दिया जाता है। उदाहरण के लिए क्या आप धूम्रपान करते हैं ? क्या आपके घर मे टेलीफोन है ? क्या आप विवाहित हैं ? आदि प्रश्नो का उत्तर केवल "हाँ" या 'नही" मे दिया जा सकता है।

(ख) बहुविकल्प प्रश्न (Multiple Choice Questions)

बहुविकल्प प्रश्न वे प्रश्न हैं जिनके कई सम्भव उत्तर हो सकते हैं। ऐसे प्रश्नो के सभी सम्भव उत्तर प्रश्नावली मे दिये हुए होते हैं। सूचक उनमे से जिस उत्तर को ठीक समझता है उस पर निशान लगा देता है। उदाहरण के लिए निम्न प्रश्नो को देखिए

(i) आप आने-जाने के लिए कौन-सा साधन प्रयोग करते हैं ?

(एक वर्ग मे क्रास लगाइए)

(क) कार ☐

(ख) मोटर-साइकिल ☐

(ग) बस ☐

(घ) साईकल ☐

(ii) आपकी विवाह सम्बन्धी स्थिति (Marital Status) क्या है ?
(एक वर्ग में क्रास लगाइए)
(क) अविवाहित ☐
(ख) विवाहित ☐
(ग) त्यागा हुआ (Divorced) ☐
(घ) रडुआ (Widower) ☐
(ङ) अलग हुआ हुआ (Separated) ☐

(iii) आपने अपना मकान क्यो बेचा ?
(एक वर्ग मे क्रास लगाइए)
(क) कर्जा चुकाने के लिए ☐
(ख) व्यापार करने के लिए ☐
(ग) लड़की के विवाह के लिए ☐
(घ) लड़के की पढ़ाई के लिए ☐
(ङ) अन्य कोई कारण ☐

(ग) खुले प्रश्न या स्वतन्त्र उत्तर प्रश्न (Open and or Free Questions)

इस प्रकार के प्रश्नो के उत्तर के लिए सूचको को पूर्ण स्वतन्त्रता दी जाती है। उदाहरण के लिए मद्यबन्दी पर आप अपने विचार दीजिए—एक स्वतन्त्र उत्तर प्रश्न है। परन्तु ऐसे प्रश्नो का उत्तर देने के लिए सूचको का अधिक समय लगता है अत इनका उत्तर देना वे छोड ही देते है। इसलिए उत्तम यही है कि पहली या दूसरी श्रेणी के प्रश्न अधिक से अधिक दिये जाने चाहिएं।

(घ) विशिष्ट प्रश्न (Specific Questions)

इस प्रकार के प्रश्नो का उद्देश्य एक विशिष्ट प्रकार की जानकारी को प्राप्त करना होता है। उदाहरण के लिए आपका व्यवसाय क्या है ? आपकी मासिक आय क्या है ? आदि विशिष्ट प्रकार के प्रश्न हैं।

(ङ) निर्देश (Instructions)

प्रश्नावली में सूचको के लिए प्रश्नावली मे उत्तर का ढग प्रश्नावली को वापिस भेजने की तारीख, पता, उत्तर देने के लिए माप की इकाई क्या हो—आदि निर्देशो का होना भी आवश्यक है।

(च) पृष्ठ के नीचे की टिप्पणी (Footnote)

प्रश्नावली मे दिए गए प्रश्नो मे से यदि किसी विशेष प्रश्न के बारे में विस्तृत सूचना की आवश्यकता हो तो उस पर निशान लगा देना चाहिए तथा उसकी व्याख्या नीचे टिप्पणी में करनी चाहिए।

(छ) प्रश्नावली की पूर्व जाँच (Pretesting of Questionnaire)

प्रश्नावली में लिखे गए प्रश्नो को सूचको तक पहुँचाने से पूर्व उसकी जाँच कर लेना भी आवश्यक है। सीमित व्यक्तियो पर इन पर प्रश्नों की जाँच करने से

प्रश्नो के सम्बन्ध में बहुत सी सम्भावित त्रुटियों का पता चल जाता है और बड़े पैमाने पर सर्वेक्षण से पहले उनमें सुधार किया जा सकता है।

प्रश्नावली का नमूना

(A Specimen of Questionnaire)

फाब्रिक्स—बम्बई

संलग्न पत्र (Covering Letter)

महोदय

हमें आशा है कि आप हमारे फाब्रिक्स प्रयोग करते होंगे। कृपया भेजी गई प्रश्नावली में दिए गए प्रश्नों के स्पष्ट (Frank) उत्तर दीजिए। हम आपको विश्वास दिलाते हैं कि आप से प्राप्त सूचना गुप्त रखी जायेगी और उसका दुरुपयोग नहीं किया जायगा। हमारा आप से अनुरोध है कि आप इस प्रश्नावली को भर कर एक मास तक हमारे पास भेज दीजिए। इसका वापस भेजने का डाक खर्च पहले से ही दे दिया गया है।

धन्यवाद,

भवदीय,

मैसर्ज "X" फाब्रिक्स

नोट —कृपया एक वर्ग में जहाँ आवश्यक हो सही '✓' का निशान लगाइये।

1 नाम ------ 2 आयु------

3 पता ---------- 4 लिंग पुरुष ☐ स्त्री ☐

5 विवाहित ☐ अविवाहित ☐

6 नौकरी ☐ व्यापार ☐ अन्य ☐

7 मासिक आय | 8 परिवार के सदस्यों की संख्या

रु० 500 से कम	☐	1 से 3	☐
500 से 1000	☐	3 से 6	☐
1000 से 1500	☐	6 से ऊपर	☐
1500 से ऊपर	☐		

9 हमारा कौन सा फाब्रिक्स आप सबसे अधिक पसन्द करते हैं ?
सूटिंग ☐ शर्टिंग ☐ ड्रेस मैटिरियल ☐

10 क्या आप हमारा फाब्रिक्स इसलिए पसन्द करते हैं कि
(i) उनके उचित मूल्य हैं ? हाँ ☐ नहीं ☐
(ii) वे निश्चित (Fixed) मूल्य पर मिलते हैं ?
हाँ ☐ नहीं ☐
(iii) उन्हें आपके मित्र पसन्द करते हैं और प्रयोग करते हैं ?
हाँ ☐ नहीं ☐

11 आप किस कारण हमारा फाब्रिक्स पस द करते हैं ?

(i) डिजाइन (Design) हाँ ☐ नही ☐
(ii) पदाथ की उत्तमता हाँ ☐ नही ☐
(iii) पक्के रग हाँ ☐ नही ☐

12 आप एक मास मे कितनी बार हमारे फुटकर बिक्री स्टोर पर जाते हैं ?
1-2 ☐ 2-4 ☐ 4 से अधिक ☐

13 क्या आप किसी विशेष दिन हमारे फुटकर बिक्री स्टोर पर जाना पसन्द करते है ? हाँ ☐ नही ☐
यदि हाँ, किस दिन ?
रवि ☐ सोम ☐ मगल ☐ बुध ☐
वार ☐ शुक्र ☐ शनि ☐

14 क्या आपको हमारा फाब्रिक्स महँगा लगता है ?
हाँ ☐ नही ☐

15 आप विक्रेता (Salesman) को हमारे बिक्री स्टोर मे किस स्थिति मे पाते हैं ?

(क) आकर्षित ☐ अनाकर्षित ☐
(ख) नम्र ☐ कठोर ☐
(ग) सहायताशील ☐ गैर सहायताशील ☐
(घ) कुशल ☐ अकुशल ☐

16 क्या आप पुरुष विक्रेता के स्थान पर महिला विक्रेता पसन्द करते है ?
हाँ ☐ नही ☐

17 क्या आप स्टोर द्वारा कपडा बाँधने की सामग्री से सन्तुष्ट हैं ?
हाँ ☐ नही ☐

18 आपके विचार म कौन-से फाब्रिक म सुधार की आवश्यकता है ?
सूटिंग ☐ शर्टिंग ☐ साडियाँ ☐
ड्रेस मैटीरियल ☐

19 आपके विचार म क्या हमारा फुटकर बिक्री स्टोर ठीक स्थान पर स्थित है ?

20 सुधार के लिए सुझाव--
(यदि आवश्यकता हो तो अलग कागज जोडिए)

तिथि हस्ताक्षर-----------------

द्वितीयक आंकड़ों का सकलन (Collections of Secondary Data)

द्वितीय आंकडे वह आंकडे हैं जिनका सकलन अन्य व्यक्ति या व्यक्तियों द्वारा पहले से ही किया हुआ होता है, और अनुसंधानकर्त्ता उन्हें अपने कार्यों मे प्रयोग करता है।

प्राथमिक और द्वितीयक आंकडो म अन्तर अति सूक्ष्म है। आंकडे जो किसी एक व्यक्ति के लिए प्राथमिक होते हैं वो दूसरे व्यक्ति के लिए द्वितीयक बन जाते हैं। आंकडा को सग्रह करने वाले व्यक्ति या सस्था के लिए वह आंकडे प्राथमिक कहलाते हैं परन्तु अन्य सभी व्यक्ति या सस्थाएँ, जो इनका प्रयोग करते हैं, उनके लिए यह आंकडे द्वितीयक बन जाते हैं। उदाहरण के लिए चुनाव कार्यालय द्वारा सकलित आंकडे उस कार्यालय के लिए प्राथमिक होगे परन्तु जब इन आंकडा का प्रयोग अन्य व्यक्तियो या सस्थाओ द्वारा किया जाता है तो उनके लिए वे आंकडे द्वितीयक होते हैं।

द्वितीयक आकडा के दो मुख्य स्रोत है

(क) प्रकाशित स्रोत (Published Source)

(ख) अप्रकाशित स्रोत (Unpublished Source)

(क) प्रकाशित स्रोत (Published Source)

(i) अन्तर्राष्ट्रीय प्रकाशन (International Publication)—अन्तर्राष्ट्रीय प्रकाशन सस्थान जैसे सयुक्त राष्ट्र सघ, विश्व बैंक (World Bank), अन्तर्राष्ट्रीय श्रम सगठन (I L O), अन्तर्राष्ट्रीय मुद्रा कोष (I M F) तथा विदेशी सरकारें अनेक प्रकार के आकडे एव रिपोट प्रकाशित करती हैं। इनके द्वारा प्रकाशित आकडा का द्वितीयक आकडों (Secondary Data) के रूप म प्रयोग किया जाता है।

(ii) सरकारी प्रकाशन (Government Publication)—हमारे देश मे केन्द्रीय सरकार तथा राज्य सरकारें अपने अपने विभाग के सम्बन्ध मे आकडे प्रकाशित करती रहती हैं। प्रमुख सरकारी प्रकाशन निम्नलिखित हैं जनगणना रिपोट (Census Report) रिजव बक बुलिटन (Reserve Bank Bulletins), पचवर्षीय योजनाएं (Five year Plans), करन्सी और वित्तीय रिपोटस, चुनाव कार्यालय (Election Office) द्वारा सकलित आकडे, अखिल भारतीय ग्रामीण सर्वेक्षण रिपोटस (All India Rural Credit Survey Reports) आदि।

(iii) अद्ध सरकारी सस्थाओं के प्रकाशन (Semi Government Publications)—विभिन्न अद्ध-सरकारी सस्थाएँ भी अनेक प्रकार के आकडे प्रकाशित करती रहती हैं जो द्वितीयक आकडों के रूप मे प्रयोग हो सकते हैं। उदाहरण के लिए स्थानीय सरकारें (Local Governments) जैसे नगर पालिकाएं या नगर निगम, जन्म मरण, स्वास्थ्य, शिक्षा आदि से सम्बन्धित आकडे समय-समय पर प्रकाशित करती रहती हैं। इन आकडा का प्रयोग विभिन्न प्रकार के अनुसधानों लिए किया जाता है।

फाइनान्शल एक्सप्रेस (The Financial Express),
ईस्टर्न इकनामिस्ट (Eastern Economist)
इकानामिक रिव्यू (Economic Review),
कामर्स (Commerce), कैपीटल (Capital),

(vii) शोध संस्थाओं और व्यक्तिगत अनुसन्धानकर्ताओं द्वारा प्रका[illegible]
(Publication of Research Institutes and Individual Researches)
शोध संस्थाओं तथा व्यक्तिगत अनुसन्धानकर्ताओं द्वारा प्रकाशित आंकड़ो [illegible]
प्रयोग भी द्वितीयक आंकड़ों के रूप में किया जा सकता है।

(ब) अप्रकाशित स्रोत (Unpublished Sources)

सरकारी, अर्द्ध-सरकारी, शोध संस्थाएँ, निजी संस्थाएँ, आदि इनके [illegible]
के लिए कुछ सांख्यिकीय तथ्यों का ब्योरा रखते हैं। वह इन आंकड़ों को [illegible]
नही करते परन्तु ऐसे आंकड़े भी द्वितीयक आंकड़ों के रूप में प्रयोग किये [illegible]
सकते हैं।

द्वितीयक आंकड़ों के प्रयोग में सावधानियाँ (Precautions in the [illegible] Secondary Data)

द्वितीयक आंकड़े सदैव विश्वसनीय नहीं होते। वे अनेक कारणों से [illegible]
हो सकते हैं जैसे पक्षपातपूर्ण, अपर्याप्त व्यापक के आकार पर [illegible]
सम्बन्धी अशुद्धियों से युक्त, आदि। इसलिए द्वितीयक आंकड़ों का [illegible]
अनुसन्धानकर्ता को निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए

(1) आँकड़े व्यक्तिगत पक्षपात से मुक्त हो।
(2) आँकड़े प्रस्तुत अनुसंधान के लिए ठीक प्रतिनिधि हो।
(3) आँकड़े प्रस्तुत अनुसंधान के उद्देश्य के लिए अनुकूल एवं पर्याप्त हो।
(4) आँकड़ो को एकत्रित करने में शुद्धता का उचित स्तर रखा गया हो।

यदि उपर्युक्त बातो को ध्यान में रखा जायेगा तो द्वितीयक आँकड़े शुद्ध और विश्वसनीय हो सकते हैं और आर्थिक विश्लेषण में इनकी उपयोगिता बढ़ जायेगी।

आँकड़ों का सम्पादन

(EDITING OF DATA)

आँकड़ो के सम्पादन का कार्य एक महत्वपूर्ण परन्तु कठिन कार्य होता है। इस कार्य को करने का मुख्य उद्देश्य एकत्रित आँकड़ो तथा सूचनाओं में त्रुटियो का *संशोधन* करना होता है। यदि सम्पादन का कार्य ठीक ढंग से नही होगा तो आंकड़ो तथा सूचनाओ को एकत्र करने में की गई मेहनत बेकार हो जायेगी। अतः सम्पादन का कार्य केवल जिम्मेदार और अनुभवी व्यक्तियो को ही सौंपा जाना चाहिए।

आँकड़ो तथा सूचनाओ के सम्पादन से अभिप्राय उनकी सब प्रकार से जाँच—जैसे पूर्णतया संगति शुद्धता, एकरूपता—करने से होता है। जैसे ही प्रश्नावलियाँ तथा अनुसूचियाँ केन्द्रीय कार्यालय में पहुँचें उनकी पूर्णतया जाँच होनी चाहिए ताकि उनकी पूर्णता तथा शुद्धता का पता लग सके। इस अवस्था में उनमें पाई जाने वाली त्रुटियो में असंगतियाँ (Inconsistencies) तथा भूलों (Ommissions) की खोज की जाती है। दोषपूर्ण प्रश्नावलियों तथा अनुसूचियों को संशोधन के लिए वापिस भेज दिया जाता है। परन्तु भरसक प्रयत्न करने पर भी यदि उनमें किसी प्रश्नावली या अनुसूची के दोष ठीक नही होते तो ऐसी प्रश्नावली या अनुसूची को छोड़ देना चाहिए।

अभ्यास के लिए प्रश्न

(EXERCISES)

1. प्राथमिक और द्वितीयक आँकड़ो में भेद बताइए। अपने उत्तर को उदाहरणों द्वारा स्पष्ट कीजिए।

2. आँकड़ो के संकलन का कार्य आरम्भ करने से पूर्व आप किन किन बातो पर विचार करेंगे—उल्लेख कीजिए।

3. प्राथमिक आँकड़ो की परिभाषा दीजिए तथा इनको एकत्र करने की विभिन्न विधियाँ बताते हुए उनके गुणो व दोषों पर प्रकाश डालिए।

4. द्वितीयक आँकड़ो के संकलन के विभिन्न स्रोतो का विवरण दीजिए।

5 द्वितीयक आँकड़ा के प्रयोग से पहले आप क्या सावधानियाँ बरतेंगे ? व्याख्या कीजिए।

6 "प्रश्नावली" क्या है ? प्रश्नावली तैयार करने के मौलिक सिद्धान्तों की व्याख्या कीजिए।

7 एक श्रेष्ठ प्रश्नावली के गुणों को बताइए तथा एक श्रेष्ठ प्रश्नावली का नमूना (Specimen) दीजिए।

8 "द्वितीयक आँकड़ों को पूर्ण जाँच के बिना कभी नहीं ग्रहण करना चाहिए।"

उपर्युक्त कथन की विवेचना कीजिए।

9 प्राथमिक आँकड़ों का सम्पादन करते समय किन किन मुख्य बातों का ध्यान रखना चाहिए ?

10 अनुसंधान की प्रश्नावली विधि की व्याख्या कीजिए। क्या प्रश्नावली डाक द्वारा भेजी जानी चाहिए या स्वयं गणकों (enumerators) द्वारा जाकर भरवाई जानी चाहिए ?

———

अध्याय 3

सगणना तथा निदर्शन विधियाँ

(CENSUS AND SAMPLING METHODS)

आँकडा को एकत्र करने की सगणना तथा निदर्शन विधियो को समझने से पहले हम सगणना (Census) तथा निदर्शन (Sample) शब्दा के अर्थ को जान लेना अधिक लाभदायक होगा।

सगणना अथवा जनसख्या (Population)

सांख्यिकी मे सगणना अथवा जनसख्या शब्द का अर्थ इसके साधारण अर्थ से भिन्न है। जनसख्या का साधारण अर्थ तो उन सभी व्यक्तियो से होता है जो एक देश अथवा भू खण्ड म रहते है। परन्तु जनसख्या अथवा सगणना का सांख्यिकी म अर्थ समस्या या अनुसधान (Enquiry) सम्बन्धी सभी इकाइया के समूह से होता है। उदाहरण के लिए यदि हम एक कक्षा जिसमे 40 विद्यार्थी हैं, के कद और ऊचाई के सम्बध म जाँच करना चाहते हैं तो सब के सब 40 विद्यार्थी ही हमारी "जनसख्या होगी। सांख्यिकी म जनसख्या का समग्र (Universe) भी कहा जाता है।

न्यादर्श (Sample)

जनसख्या अथवा सगणना का भाग जिसका हम अध्ययन करना चाहते हैं, का न्यादर्श (Sample) कहते है। न्यादर्श जनसख्या जिसका हम अध्ययन करना चाहते हैं, म से लिया गया एक छोटा-सा हिस्सा होता है। उदाहरण के लिए जब हम एक कक्षा के 40 विद्यार्थियो के कद और ऊँचाई का अध्ययन करना चाहते हैं तो उन 40 विद्यार्थियो मे से यदि हम विश्लेषण के लिए 8 विद्यार्थी चुन लें तो उन 8 विद्यार्थियो का न्यादर्श (Sample) कहेंगे।

आँकडो के सकलन के लिए दो विधियो का प्रयोग किया जाता है

1. सगणना या जनसख्या विधि (Census Method) और
2. निदर्शन विधि (Sampling Method)

1 सगणना या जनसख्या विधि (Census Method)

इस विधि के अन्तर्गत समस्या या अनुसधान से सम्बधित समस्त इकाइयो का अध्ययन किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि एक कारखाने, जिसमे 200 कर्मचारी काम करते हैं, के वेतन के सम्बध मे जानकारी प्राप्त करना चाहते हैं तो हम प्रत्येक कर्मचारी से सम्पर्क करके उसके वेतन के बारे मे जानकारी प्राप्त करना होगी। भारत सरकार द्वारा दस वर्षों के बाद भारत की जनसख्या की गणना इसी के अनुसार की जाती है।

सगणना विधि के लाभ (Merits of Census Method)

1 समस्या या अनुसधान सम्बधी सभी इकाइया का अध्ययन किया जाता है जिसक कारण आँकडो म शुद्धता अधिक हाती है।

2 इस विधि के अनुसार किए गए अनुस धान मे पक्षपात का प्रभाव कम होता है।

3 इस विधि क द्वारा विस्तृत सूचना प्राप्त हा जाती है जिससे परिणाम अधिक विश्वसनीय हाते है।

सगणना विधि की सीमाएँ (Limitations of Census Method)

1 इस विधि द्वारा किए गए सर्वेक्षण पर अधिक धन परिश्रम व समय लगता है।

2 इस विधि म अधिक गणका की आवश्यकता हाती है पर तु सकुशल ईमानदार और परिश्रमी गणक आसानी स नही मिलत।

3 किन्ही विशष परिस्थितिया मे इस विधि का प्रयोग नही किया जा सकता।

2 निदशन विधि (Sampling Method)

निदशन विधि मे अध्ययन अथवा अनुस धान के लिए "जनसख्या" मे से कुछ प्रतिनिधि इकाइया को चुन लिया जाता है और उनके अध्ययन के आधार पर "जनसख्या" का विश्लेषण किया जाता है। उदाहरण के लिए मान लीजिए कि दिल्ली विश्वविद्यालय क छात्रावास (Hostel) मे रहने वाल 2000 विद्यार्थियो के औसत मासिक व्यय का जानना चाहत है। इस विधि के अतगत हम जनसख्या अर्थात 2000 विद्यार्थिया मे से कवल कुछ (मान लीजिए 200) विद्यार्थिया का चुन लत है। इन 200 विद्यार्थिया जिन्ह न्यादश (Sample) कहा जाता है के अध्ययन क आधार पर हम निष्कष निकाल लेते है जो कि 2000 विद्यार्थिया के मासिक व्यय क सम्ब ध म ठीक हागा।

निदशन विधि के लाभ (Merits of Sampling Method)

सांख्यिकी क लिए आजकल निदशन विधि लोकप्रिय बन गई है। इसका कारण यह है कि इस विधि की जनसख्या विधि (Census Method) की तुलना म निम्नलिखित लाभ है

1 धन और समय मे बचत (Saving of Time and Money)

निदशन विधि म सगणना विधि की तुलना मे आँकडा के सकलन और विश्लेषण पर कम व्यय हाता है। इसका कारण यह है कि इस विधि म कम सूचना म गूढनाद करनी होती है। काय कम हाता है और इसीलिए कम कमचारियो की आवश्यकता पडती है। भारत जैसे विकासशील देशा के लिए यह विधि अधिक उपयुक्त हाती है क्योकि इन देशों मे साधनो की कमी हाती है। कार्य कम हान क कारण इस विधि म समय भी कम लगता है।

2 अधिक गहन सूचना (More Detailed Information)

निदशन विधि के अन्तगत जनसख्या विधि की तुलना मे अधिक गहन सूचना प्राप्त की जा सकती है क्योंकि इनमे अध्ययन के लिए जनसंख्या का केवल एक छोटा सा भाग होता है। अत जाँच अधिक गहराई तक की जा सकती है।

3 अधिक विश्वसनीय परिणाम (More Dependable Information)

निदशन विधि द्वारा सकलित आँकडे अधिक विश्वसनीय होते ह क्योंकि इनमे शुद्धता का स्तर अपेक्षाकृत अधिक ऊँचा होता है। इसका कारण यह है कि निदशन विधि के अन्तगत आँकडो के सकलन एव विश्लेषण के लिए प्रशिक्षित और विशिष्ट कमचारियो जैसे गणको की सेवाओ को आसानी से प्राप्त किया जा सकता है।

4 अधिक वैज्ञानिक (More Scientific)

निदशन विधि जनसख्या विधि से अधिक वैज्ञानिक मानी गई है क्योंकि इसमे परिणामो की विश्वसनीयता की जाँच की जा सकती है।

5 केवल यही विधि (The Only Method)

कुछ विशेष परिस्थितियो मे केवल निदशन विधि का ही प्रयोग किया जा सकता है, जनसख्या विधि नही। उदाहरण के लिए यदि एक चाक बनाने वाला कारीगर चाको के टूटने की क्षमता (Breakings Strength of Chalks) की जाँच करना चाहता है तो उसे निदशन विधि को अपनाना पड़ेगा क्योंकि जनसख्या विधि के अनुसार तो उसे सभी चाको को तोडकर देखना पडेगा और इस प्रकार उसके पास सभी टूटे हुए चाक रह जाएगे।

निदशन विधि की सीमाएँ (Limitations of Sampling Method)

निदशन विधि की निम्नलिखित सीमाएँ हैं

1 सर्वेक्षणों में अधिक सावधानी (More Careful Surveys)

इस विधि के अन्तगत शुद्ध परिणामो को प्राप्त करने के लिऐ निदशन सर्वेक्षणो को बडी सावधानी से करना पडता है। थोडी लापरवाही करने से निदशन (Sample) जनसख्या का ठीक रूप से प्रतिनिधित्व नहीं कर सकता, अत परिणाम अशुद्ध और भ्रम पूण हो सकते हैं।

2 विशिष्ट सेवाओं की आवश्यकता (Need for Expert Services)

निदशन सर्वेक्षण के लिए प्रशिक्षित व विशिष्ट व्यक्तियो की सेवाओ की आवश्यकता रहती है। ऐसे व्यक्तियो की कमी होने से निदशन सर्वेक्षण के परिणाम अशुद्ध और भ्रमपूण हो सकते हैं।

3 अधिक समय, परिश्रम और धन (More Time, Labour and Money)

जटिल निदशन सर्वेक्षणो (Complicated Sampling) म समय, परिश्रम और धन अधिक लगता है।

4 भ्रम बढ़ते हैं (Surveys Errors are Multiplied)।

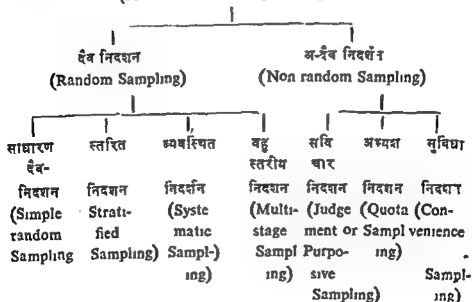
निदशन विधि मे भ्रमो (Errors) के अनेक स्रोत हैं और प्रत्येक सर्वेक्षण मे जटिलता आने से भ्रम बढते जाते हैं।

"यादर्श चयन विधियाँ (Methods of Selecting a Sample)

निदशन चयन की दो विधिया हैं

(i) दैव निदशन (Random Sampling)

(ii) अ दैव निदशन (Non random Sampling)



1 दैव निदशन (Random Sampling)

दैव निदशन विधि में जनसख्या (Census) की प्रत्येक इकाई को यादर्श (Sample) में शामिल होने का पूरा मौका मिलता है। दूसरे शब्दों में यादश का चुनाव पूर्ण रूप से सयोगवश (Chance) होता है और कोई भी व्यक्ति पहले से यह नही जानता कि जनसख्या या समग्र की कोन सी इकाई या मद यादर्श म शामिल होगी। इसी कारण इस विधि को सयोगवश निदशन (Chance Sampling) विधि भी कहा जाता है।

दैव निदर्शन के प्रकार (Types of Random Sampling)

दैव निदर्शन की चार प्रमुख विधियाँ है

(1) साधारण दैव-निदर्शन (Simple Random Sampling)
(2) स्तरित निदर्शन (Stratified Sampling)
(3) व्यवस्थित निदर्शन (Systematic Sampling)
(4) बहुस्तरीय निदर्शन (Multistage Sampling)

(1) साधारण दैव निदर्शन (Simple Random Sampling)

इस विधि को स्वतन्त्र दैव निदर्शन भी कहा जाता है क्योंकि इस विधि में अन्तर्गत जनसंख्या की प्रत्येक इकाई या मद को न्यादर्श (Sample) में स्वतन्त्रता-पूर्वक शामिल होने का अवसर मिलता है। इस प्रकार से चयन किया गया न्यादर्श (Sample) जनसंख्या का प्रतिनिधि (representative) होता है और उनमे जनसंख्या की विशेषताएं पाई जाती हैं।

साधारण दैव-निदर्शन विधि द्वारा न्यादर्श चयन की प्रमुख विधियाँ निम्न-लिखित हैं

(क) लाटरी विधि (Lottery Method)
(ख) दैव संख्याओ की सारणी (Table of Random Numbers)

(क) लाटरी विधि (Lottery Method)

यह विधि सबसे अधिक प्रचलित है। इस विधि के अनुसार जनसंख्या अथवा समग्र की सभी इकाइयों के नाम या संख्या की पर्चियाँ डाली जाती हैं और उन्हें अच्छी तरह से मिलाकर किसी अन्य व्यक्ति या व्यक्तियों द्वारा उन पर्चियो मे से वांछित संख्या मे पर्चियाँ निकाल ली जाती है और इस प्रकार न्यादर्श का चुनाव हो जाता है। परन्तु इस विधि मे यह बात ध्यान रखने योग्य है कि सभी पर्चियों का आकार एवं रूप एक जैसा होना चाहिए ताकि पर्ची निकालने वाला किसी प्रकार का पक्षपात न कर सके।

(ख) दैव संख्याओ की सारणी (Table of Random Numbers)

इस विधि के अनुसार उन सभी इकाइयों को जिनको अनुसंधान में सम्मिलित करना होता है, क्रम शृंखला के अनुसार अंकित कर दिया जाता है। इसके पश्चात दैव-संख्याओ की सारणी (Table of Random Numbers) की सहायता से जितनी इकाइयाँ न्यादर्श के लिए चाहिएँ होती हैं चुन ली जाती हैं। दैव-संख्याओ की सारणियो मे टिप्पेट की दैव-संख्याओं की सारणी (Tippet's Table of Random Numbers) अधिक प्रयोग में लाई जाती है। टिप्पेट (Tippet) ने 41600 अंकों (digits) के प्रयोग से 10400 चार-चार अंकों (four digits) वाली संख्याओं की सारणी दी है। इन संख्याओ मे से ली गई 25 संख्याएँ नीचे उदाहरण के रूप मे दी गई हैं

54463	41417	96754	98614	75884
15389	28354	34357	24856	16777
85941	17783	06318	96887	46230
61149	40950	62111	90801	42902
05219	82995	47534	55165	81007

टिप्पेट की दैव सख्याओ की सारणी का प्रयोग करने की विधि एक उदाहरण से स्पष्ट हो जायेगी। मान लीजिए कि हम 200 गाँवा के एक ब्लाक म रहने वाले किसान परिवारा के उपभोग के प्रति रूप (Con umption pattern) का अध्ययन करना चाहते हैं और यह भी मान लीजिए कि हमने दैव-निदशन विधि से 5 गावो का यादश (Sample) के रूप म चुनना है। इसके लिए हम टिप्पेट की दैव-सख्याओ की सारणी का प्रयाग कर सकत ह। उसकी सारणी म से ली गई 25 सख्याएँ ऊपर दी गई हैं। सवप्रथम हम सभी 200 गाँवा पर 1 से 200 तक सख्या अकित कर देत हैं। तत्पश्चात टिप्पेट की सख्याओ की सारणी के पहले स्तम्भ (Column) से आरम्भ करत है। चाहे हम आरम्भ के तीन अका (digits) का लेते हैं या अ त के तीन अका का। आओ हम आरम्भ के तीन अक लते ह। टिप्पेट की सारणी की सख्याओ म से (पहले स्तम्भ से आरम्भ करके) उन सभी नम्बरा का या सख्याओ का छोडते जाइए जो 200 से अधिक है और उनका चुनते जाइए जो 200 या 200 से कम ह। इस विधि से चुन गए गाँवो की सख्याए इस प्रकार है

153, 052, 177, 063, और 167

इस प्रकार के पाँच गाँव जिनके नम्बर (सख्या) ऊपर दिये गए है हमारा यादश (Sample) होगा। इस विधि द्वारा चयन किया गया यादश जनसख्या का प्रतिनिधि होगा।

(2) स्तरित निदशन (Stratified Sampling)

स्तरित निदशन की विधि के अ तगत, जनसख्या या समग्र का विभिन्न विशेषताओ के आधार पर कई स्तरो (Strata) या खण्डो म बाट लिया जाता है। तत्पश्चात प्रत्येक स्तर (Strata) से दैव निदशन विधि (Random Sampling Method) द्वारा यादश की इकाइया का चुनाव कर लिया जाता है। वास्तव म यह विधि सविचार निदशन तथा दैव निदशन विधिया का मिश्रण है। यह विधि इन दोना विधिया के दोषा का दूर करती है। अत इसके द्वारा चुना हुआ समग्र (Universe) का उचित प्रतिनिधि होता है।

(3) व्यवस्थित निदशन (Systematic Sampling)

आजकल व्यवस्थित दैव-निदशन विधि का अधिक प्रयाग होने लगा है। इस विधि के अन्तगत जनसख्या या समग्र की समस्त इकाईया का सख्यात्मक या अ य किसी आधार पर कम कर दिया जाता है, तत्पश्चात एक निश्चित कम के अनुसार यादश के लिए जितनी इकाइया की आवश्यकता होती है, चुन ली जाती है।

उदाहरण के लिए एक कक्षा के 50 विद्यार्थियो की सूची प्राप्त है और हम 5 विद्यार्थियो का एक न्यादश लेना चाहते हैं। न्यादश की यह सख्या तब मिल सकती है जब हर 10वां विद्यार्थी चुन लिया जाये, 1 से 10 के बीच का लडका दैव द्वारा (at random) चुना जायेगा। मान लीजिए कि यह 5वां लडका है। अब हम 15वां, 25वां, 35वां, और 45वां लडका लेंगे। यह 5 लडके हमारा न्यादश होगा। इस विधि के अन्तगत जनसख्या की प्रत्येक इकाइ को न्यादश मे सम्मिलित होने का पूरा अवसर प्राप्त होता है।

व्यवस्थित निदशन के लाभ (Merits of Systematic Sampling)

(1) यह सरल दैव-निदशन या स्तरित निदशन की तुलना म अधिक सुविधाजनक है।

(2) इस विधि द्वारा न्यादर्श के चयन म समय कम लगता है परन्तु परिणाम उतने ही शुद्ध निकलते हैं जितने कि अन्य विधियो द्वारा।

(3) इस विधि द्वारा न्यादश के चयन मे परिश्रम और धन भी कम व्यय होता है।

(4) यदि पूण सूची को दव द्वारा क्रम मे कर लिया जाये तो परिणाम अधिक शुद्ध प्राप्त हो सकते हैं।

व्यवस्थित निदशन की सीमाएँ (Limitations of Systematic Sampling)

(1) यह विधि तभी अपनाइ जा सकती है जबकि इकाइया की पूर्ण सूची उपलब्ध हो।

(2) यदि निदशन विस्तार (Sampling Interval) में कोइ सामाजिक दोष (Periodic Limitation) हो तो हमारे परिणाम अशुद्ध हो सकते हैं।

4 बहुस्तरीय निदशन (Multi stage Sampling or cluster Sampling)

इस प्रकार के निदर्शन मे न्यादशन कइ स्तरा मे लिया जाता है और इसी कारण इसे बहुस्तरीय निदशन विधि (Multi stage Sampling) कहा जाता है। इस रीति को क्षेत्र निदशन (Area Sampling) भी कहा जाता है क्योंकि इसम न्यादश का चयन प्राय क्षेत्र के आधार (area or geographical basis) जसे शहरा, गावो कस्बो इत्यादि पर किया जाता है। इस रीति मे न्यादश के लिए सवप्रथम पहले स्तर पर समग्र से दैविक निदशन द्वारा इकाइयाँ चुन ली जाती हैं, तत्पश्चात दूसरे स्तर पर प्रथम स्तर से प्राप्त सामग्री से इकाइयाँ चुन ली जाती हैं, इत्यादि। एक उदाहरण द्वारा यह रीति स्पष्ट हो जायेगी। मान लीजिए कि हम पजाब राज्य के लोगा के उपभोग प्रतिरूप (consumption pattern) का अध्ययन करना चाहते हैं। पहले स्तर पर हम दैविक रीति द्वारा पजाब राज्य के शहरा व गावा को चुन लेंगे। दूसर स्तर पर इन चुने हुए प्रत्येक शहर व गाव से दैविक रीति द्वारा कुछ परिवारो को चुन लिया जायेगा। अन्त म तीसरे स्तर पर इन चुने

हुए परिवारो मे से दैविक रीति द्वारा कुछ व्यक्तियो का एक न्यादर्श चुन लिया जायेगा।

बहुस्तरीय निदर्शन के लाभ (Merits of Multi stage Sampling)

1 इस रीति म प्रत्येक-स्तर पर न्यादर्श का आकार छोटा होता जाता है। इसलिए यह रीति विस्तृत क्षेत्रो के अनुसन्धान के लिए बहुत उपयोगी है।

2 इस रीति मे जनसख्या की प्रत्येक इकाई को न्यादर्श मे सम्मिलित होने का पूरा अवसर प्राप्त होता है।

3 इस रीति मे समय, परिश्रम और धन की बचत होती है।

बहुस्तरीय निदर्शन की सीमाएँ (Limitations of Mulit stage Sampling)

(1) जब अनुसन्धान का क्षेत्र छोटा होता है तो यह रीति उपयुक्त नही होती।

(2) निदर्शन के प्रत्येक स्तर पर अत्याधिक आयोजन की आवश्यकता पडती है।

(ii) अ-दैव निदर्शन (Non random Sampling)

अ दैव निदर्शन मे न्यादर्श का चयन सयोग (Chance) पर निभर नही करता बल्कि किन्ही अन्य धारणाओ पर निभर करता है। इसके अन्तगत न्यादर्श का चयन निम्न रीतियो की सहायता से किया जाता है

(1) **अदैव अथवा सविचार निदर्शन** (Deliberate or Purposive or Judgement Sampling)

(2) **अभयश निदर्शन** (Quota Sampling)

(3) **सुविधा निदर्शन** (Convenience Sampling)

(1) अदैव अथवा सविचार निदर्शन (Deliberate or Purposive Sampling)

इस विधि या रीति के अन्तगत अनुसन्धानकर्ता अपनी इच्छा से आवश्यकता के अनुसार न्यादर्श के लिए समग्र (universe) मे से इकाइयो को चुन लेता है। अत इस रीति मे समग्र या जनसख्या की सभी इकाइयो को न्यादर्श मे सम्मिलित होने का अवसर नही मिलता। न्यादर्श चयन की यह रीति अदैव-निदर्शन (Non-random Sampling) रीति कहलाती है।

(2) अभयश निदर्शन (Quota Sampling)

इस रीति के अन्तगत गणको (Enumerators) की सेवाओ का प्रयोग किया जाता है। गणको के लिए न्यादर्श लेने के लिए समग्र म से अभयश (Quota) निश्चित कर दिया जाता है। गणको का अभयश निश्चित होने के पश्चात् प्रत्येक गणक अपनी इच्छा से न्यादर्श की इकाइयो को चुनता है। उदाहरण के लिए एक गणक को अनुसन्धान से सम्बन्धित 200 व्यक्तियों से जानकारी प्राप्त करनी है।

साथ ही उसको यह भी निर्देश दिया जाता है कि सर्वेक्षण में 25 प्रतिशत गृहणियाँ हों, 25 प्रतिशत उत्पादक हों, 20 प्रतिशत निश्चित आय वाले व्यक्ति हों, 15 प्रतिशत व्यापारी वर्ग हो और शेष 15 प्रतिशत बौद्धिक वर्ग (Intellectual Class) हो। इस प्रकार गणक को हम निश्चित अभ्यंश के अनुसार ही न्यादर्श का चुनाव करना पड़ता है। परन्तु अभ्यंश की सीमा में वह अपनी इच्छा से समग्र की किसी भी इकाई का चुन सकता है।

एक उदाहरण द्वारा यह रीति स्पष्ट हो जायेगी। मान लीजिए कि हम दिल्ली के कालेजों के विद्यार्थियों में धूम्रपान (smoking) की आदत का अध्ययन करना चाहते हैं। प्रत्येक गणक या अनुसंधानकर्ता के लिए 10 कालेजों का अभ्यंश (Quota) निश्चित कर दिया जाता है। इस अभ्यंश में दो महिला कालेज, एक सह शिक्षा (Co education) कालेज, एक लॉ कालेज, दो आर्ट्स कालेज और दो इंजीनियरी कालेज सम्मिलित हैं और अनुसंधानकर्ता को यह भी आदेश दिया गया है कि प्रत्येक कालेज से वह 50 विद्यार्थियों को अनुसंधान के लिए ही चुने। परन्तु इस अभ्यंश की सीमा के अन्तर्गत अनुसंधानकर्ता प्रत्येक कालेज में अपनी इच्छा से 50 विद्यार्थियों का अनुसंधान के लिए चुन सकता है।

(3) सुविधा निदर्शन (Convenience Sampling)

इस रीति के अन्तर्गत न्यादर्श का चयन अनुसंधानकर्ता की सुविधा पर निर्भर करता है। अनुसंधानकर्ता अपनी सुविधा के अनुसार समग्र का कुछ भाग न्यादर्श के लिए चुन लेता है। अनुसंधानकर्ता की सुविधा न्यादर्श लेने के समय स्थान और साधनों के उपलब्ध होने से प्रभावित होती है। इस रीति द्वारा प्राप्त परिणाम सन्तोषजनक व शुद्ध नहीं हो सकते क्योंकि इस रीति में न्यादर्श का चुनाव न तो दैव निदर्शन और न ही सविचार निदर्शन पर निर्भर करता है।

न्यादर्श-आंकड़ों की विश्वसनीयता (Reliability of Sample data)

निदर्शन रीति इस मान्यता (assumption) पर आधारित है कि न्यादर्श के आधार पर जो भी निष्कर्ष निकाले जाते हैं वे समग्र या जनसंख्या पर भी लागू होते हैं। हमारी यह मान्यता निम्नलिखित दो महत्त्वपूर्ण सिद्धान्तों पर आधारित है

(क) सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) और

(ख) महांक स्थिरता नियम (Law of Inertia of Large Numbers)

(क) सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity)

सांख्यिकीय नियमितता नियम सिद्धान्तिक रूप में निदर्शन (Sampling) का आधार है। यह नियम बताता है कि समग्र या जनसंख्या में से दैव निदर्शन द्वारा पर्याप्त संख्या में इकाइयों का चुन लिया जाये, तो इन इकाइयों में औसत

रूप से समग्र के सभी गुण विद्यमान होंगे। दूसरे शब्दों में यदि समग्र में से दैव-निदर्शन द्वारा न्यादर्श लिया जाए और उसके आधार पर परिणाम निकाले जायें तो वे लगभग उन परिणामों के समान ही होंगे जोकि समग्र के आधार पर निकाले जायेंगे। इस प्रकार यह नियम हमे बताता है कि हम समग्र अथवा जनसंख्या की विशेषता का अध्ययन केवल उसके न्यादर्श के आधार पर कर सकते हैं। इसलिए यह सिद्धान्त बहुत उपयोगी है। इसकी सहायता से समय तथा श्रम की बचत होती है। यहा यह बात याद रखनी चाहिए कि सगणना रीति (Census method) तथा निदर्शन रीति (Sampling method) द्वारा प्राप्त परिणाम सवथा एक नही हो सकते क्योंकि न्यादर्श तो समग्र का केवल एक छोटा सा भाग होता है। फिर भी इन दोनो विधियों से प्राप्त परिणामों में अधिक अन्तर नही होगा। उदाहरणार्थ सगणना रीति से एक स्कूल के छात्रावास के 50 विद्यार्थियों का औसत मासिक व्यय 300 रुपये है और यदि निदर्शन रीति से औसत व्यय निकाला जाये तो यह 310 रुपये या 290 रुपये हो सकता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि दोनों रीतियों से प्राप्त परिणाम चाहे पूर्णत एक से नही हैं फिर भी इनमें अधिक अन्तर नही हो सकता।

(ख) महांक स्थिरता नियम (Law of Inertia of Large Numbers)

न्यादर्श के आकार के सम्बन्ध मे कोई निश्चित नियम नही है। महांकस्थिरता नियम यह बताता है कि यदि अन्य बातें यथापूर्वक रहे तो न्यादर्श का आकार जितना बडा होगा, परिणाम उतने ही अधिक शुद्ध होंगे।" इसका कारण यह है कि जब अंक बहुत अधिक संख्या मे होते हैं तो उनमे क्षतिपूरक (Compensatory) क्रिया को अधिक अवसर मिलता है जिसके परिणामस्वरूप उनमे अधिक स्थिरता पाई जाती है और अंको में अधिक स्थिरता के कारण परिणाम अधिक शुद्ध होते हैं। उदाहरणार्थ यदि एक सिक्के को 10 बार उछाला जाए तो सम्भव है कि पहली बार 10 उछाला (Tosses) मे 7 बार चित (Head) आये, तो और 3 बार पट (Tail) आये। परन्तु दूसरी बार जब इस सिक्के को 10 बार उछाले दिये जाएँगे तो सम्भव है कि स्थिति विपरीत हो जाये और 7 बार पट (Tail) और 3 बार चित (Head) आये। इस प्रकार 20 बार सिक्का उछालने से 10 बार चित और 10 बार ही पट आये। परन्तु यह परीक्षण बहुत ही कम संख्या म किया गया है। इसलिए हो सकता था कि 10 बार चित तथा 10 बार पट न आते। परन्तु जब सिक्के को 100 बार (या इससे भी अधिक अर्थात् 1000 बार) उछाला जाए तो 50 बार चित और 50 बार पट (500 बार चित और 500 बार पट) आने की अधिक सम्भावना की जा सकती है। हम एक और उदाहरण लेते हैं। मान लीजिए उत्तर प्रदेश के देहरादून [illegible] की उपज म वर्ष प्रति-वर्ष अधिक परिवर्तन होते हैं परन्तु पूरे उत्तर प्र[illegible] प्रान्त मे चावलों की उपज मे सम्भवत कोई परिवर्तन दिखाई नही देता। इसका कारण यह है कि कुछ जिलों म चावल की उपज सामान्य से कम है तो कुछ दूसरे जिलो म इसकी उपज

सामान्य से अधिक हो सकती है। इससे सिद्ध होता है कि जब परीक्षण क्षेत्र विस्तृत हो तो कुछ परिवर्तनों के एक दशा में और कुछ की दूसरी दशा में होने की अधिक सम्भावना होती है और कुल मिला कर परिवर्तन न के बराबर होते हैं। इस तथ्य (Phenomenon) को महांक स्थिरता नियम कहते हैं। यह नियम बताता है कि अधिक संख्याएँ कम संख्याओं की तुलना में अधिक स्थिर होती हैं।

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 आँकड़ों का संग्रह करने की गणना विधि और निदर्शन विधि के लाभ-हानि की तुलना कीजिए।

2 गणना विधि की तुलना में निदर्शन विधि के लाभ बताइए।

3 निदर्शन की विभिन्न रीतियों की उदाहरण सहित विवेचना कीजिए।

4 निदर्शन अनुसन्धान विधि को समझाइए तथा इसकी उपयोगिता बताइए।

5 स्तरित निदर्शन, व्यवस्थित निदर्शन तथा बहुस्तरीय निदर्शन पर टिप्पणियाँ लिखिए।

6 "एक अच्छा न्यादर्श दैव निदर्शन पर आधारित होना चाहिए।" विवेचना कीजिए।

7 सम्भाविक निदर्शन (Chance Sampling) और सविचार निदर्शन (Purposing Sampling) में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

8 अदैव-निदर्शन (Non-random Sampling) विधि पर टिप्पणी लिखिए।

9 दैव निदर्शन (Random Sampling) रीति का विवेचन कीजिए।

10 (क) निम्नलिखित की व्याख्या कीजिए

(1) सांख्यिकीय नियमितता नियम (2) महांक स्थिरता नियम

(ख) सांख्यिकीय रीतियों का कौन सा भाग इन दो नियमों पर आधारित है?

□ □

अध्याय 4

आंकड़ो का व्यवस्थितीकरण

(ORGANISATION OF DATA)

आकडा का सकलन तथा सम्पादन करने के पश्चात उनका वर्गीकरण करना पडता है। आकडे अपने आप कुछ नहीं बताते। वह तो सख्यात्मक तथ्यो का बडा सा समूह होता है। जब तक उनका उचित रूप मे वर्गीकरण न किया जाए उनसे हम किसी निष्कर्ष पर नही पहुँच सकते। अत सकलित आकडो के व्यवहार का पता लगाने के लिए उनका वर्गीकरण किया जाता है।

वर्गीकरण की परिभाषा (Definition of Classification)

वर्गीकरण से अभिप्राय वह प्रक्रम है जिसके अ तर्गत सकलित आकडो को उनकी विभिन्न विशेषताओ के अनुसार वर्गों मे विभाजित किया जाता है। इन आकडो म से अनावश्यक आकडा को छोड दिया जाता है।

वर्गीकरण के उद्देश्य (Objects of Classification)

सकलित आकडो का वर्गीकरण निम्नलिखित उद्देश्यो के लिए किया जाता है

(क) आकडा को सरल और सक्षिप्त बनाना।
(ख) आकडो की समानता व असमानता का स्पष्ट करना।
(ग) आकडा को तुलना मे योग्य बनाना।
(घ) सारणीयन (Tabulation) तथा अन्य प्रकार के विश्लेषण के लिए आधार प्रस्तुत करना।

वर्गीकरण के आधार (Basis of Classification)

आकडा के वर्गीकरण के मुख्यत चार आधार हैं

(1) भौगोलिक (Geographical or Spatial)
(2) कालिक (Chronological or Temporal)
(3) गुणात्मक (Qualitative)
(4) मात्रात्मक (Quantitative)

(क) भौगोलिक (Geographical) वर्गीकरण

इसके अन्तर्गत सकलित आकडा का वर्गीकरण क्षेत्रवार किया जाता है। उदाहरण के लिए खाद्यान्नो की उपज की मात्रा भारत मे राज्यानुसार इस प्रकार प्रस्तुत की जा सकती है

1976-77 में खाद्यान्नों की उपज की मात्रा
(राज्यानुसार)

राज्य	उपज (करोड़ टन)
बिहार	0 90
हरियाणा	0 52
महाराष्ट्र	0 96
पंजाब	0 92
उत्तर प्रदेश	1 94
अन्य राज्य	5 86
कुल	11 10

(ख) कालिक या समयानुसार (Chronological) वर्गीकरण

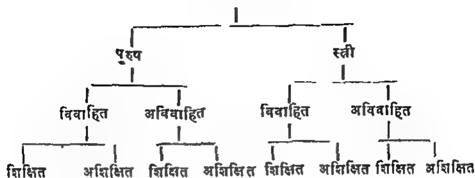
जब वर्गीकरण का आधार समय का अन्तर होता है तब वर्गीकरण समयानुसार या कालिक कहलाता है। उदाहरण के लिए भारत की जनसंख्या के आंकड़े समयानुसार इस प्रकार दिये जा सकते हैं

भारत की जनसंख्या (1901 71)

गणना वर्ष	भारत की जनसंख्या (करोड़ में)
1901	23 8
1911	25 2
1921	25 1
1931	27 9
1941	31 9
1951	36 1
1961	43 9
1971	54 8

(ग) गुणात्मक (Qualitative) वर्गीकरण

गुणात्मक वर्गीकरण में आंकड़ों के गुणों के भेद को लेकर वर्गीकरण किया जाता है जैसे किसी देश की जनसंख्या का लिंग, आयु, व्यवसाय, विवाहित स्थिति, धर्म आदि के आधार पर किया जाये। उदाहरणार्थ, जनसंख्या का बहुगुण वर्गीकरण का एक नमूना नीचे दिया गया है



(घ) मात्रात्मक (Quantitative) वर्गीकरण

आँकड़ों का मात्रात्मक वर्गीकरण छोटी और बड़ी संख्या के आधार पर किया जाता है, जैसे—एक कक्षा के विद्यार्थियों को उनके द्वारा प्राप्त अंकों के अनुसार वर्गों में विभाजित करना।

वर्गीकरण के भेद (Kinds of Classification)

वर्गीकरण के दो प्रकार हो सकते हैं

(क) सरल वर्गीकरण (Simple Classification)

(ख) बहुविधि वर्गीकरण (Manifold Classification)

(क) सरल वर्गीकरण (Simple Classification)

सरल वर्गीकरण में आँकड़ों या मदों का एक विशेषता या गुण के अनुसार वर्गीकरण किया जाता है। इसमें प्रत्येक वर्ग को दो उपवर्गों में बाँट दिया जाता है। उदाहरण के लिए एक राज्य के व्यक्तियों का उनकी शिक्षा शिक्षित या अशिक्षित के अनुसार वर्गीकरण।

(ख) बहुविधि वर्गीकरण (Manifold Classification)

इसमें मदों का एक से अधिक विशेषता के अनुसार विभाजित किया जाता है। उनके कई वर्ग व उपवर्ग बनाए जा सकते हैं। उदाहरण के लिए हम एक राज्य के व्यक्तियों का पहले उनके लिंग के अनुसार पुरुषों स्त्रियों में वर्गीकरण कर लेते हैं, फिर प्रत्येक वर्ग को उनकी शिक्षा के आधार पर शिक्षित एवं अशिक्षित उपवर्गों में विभाजित कर सकते हैं। तत्पश्चात उनके अन्य गुणों, जैसे विवाहित और अविवाहित, उपवर्गों में बाँट दिया जा सकता है और इसी प्रकार उपवर्गीकरण क्रम उनके किसी अन्य गुण के आधार पर आगे भी चलाया जा सकता है।

चर और वर्ग-आवृत्ति (Variable and Class Frequency)

संख्यात्मक वर्गीकरण में दो तत्व—चर (Variable) और वर्ग-आवृत्ति (Class frequency) होते हैं। आयु, आय, ऊँचाई, बुद्धि, रंग आदि चर हैं। इनमें

कुछ को आकड़ों म मापा जा सकता है और कुछ को नही। आयु ऊँचाई तापमान आदि चरो को प्रत्यक्ष या अको मे मापा जा सकता है जब कि रग, बुद्धि, कुशलता आदि को अको म या प्रत्यक्ष म नही मापा जा सकता। चर खण्डित (Discrete) या अखिण्डत (Continuous) हो सकते हैं। अखण्डित को गणितीय शुद्धता से मापा जा सकता है परन्तु खण्डित चर को इतनी शुद्धता से मापा नही जा सकता।

आवृत्ति का अर्थ तथा आवृत्ति वितरण की रचना (Meaning of Frequency and Construction of Frequency Distribution)

आवृत्ति का अर्थ (Meaning of Frequeney)

अपने मूल रूप मे आकडे अवर्गीय होते हैं और यह मस्तिष्क मे उलझन पैदा कर देते है। अत सर्वप्रथम हम आकडो को आरोही (Ascending) या अवरोही (Descending) क्रम म लिख देते हैं। क्रम मे रखने की यह विधि क्रमबद्ध (Array) कहलाती है। कार्य की और अधिक सुविधा के लिए इनको सारणी मे रखा जाता है।

उदाहरण—

सारणी 1
(Table-I)

40 विद्यार्थियों द्वारा 100 अको मे से प्राप्त अक निम्नलिखित है। आरोही और,अवरोही दो क्रमबद्ध बनाइए।

30	20	10	50	60	40	80	30	0	30
90	50	40	80	0	10	60	90	50	20
0	90	30	40	70	80	60	40	70	30
40	20	30	30	20	10	20	40	50	70

आरोही और अवरोही दो क्रमबद्ध (Ascending and Descending two arrays)

आरोही क्रमबद्ध (Ascending Order Array)

अक				
0	20	30	50	70
0	20	30	50	70
0	20	40	50	80
10	30	40	50	80
10	30	40	50	80
10	30	40	60	90
20	30	40	60	90
20	30	40	70	90

अवरोही क्रमबद्ध (Descendiny Order Array)

90	70	40	30	20
90	60	40	30	20
90	60	40	30	10
80	60	40	30	10
80	50	40	30	10
80	50	40	20	0
70	50	30	20	0
70	50	30	20	0

मदो या आकडा का वर्गों मे विभाजित करने के पश्चात यह जान लेना भी आवश्यक होता है कि एक वग विशेष मे कितने मद (Items) या अवलोकन (Observations) आते हैं। इन मदा या अवलोकना को सख्या उस वग की आवत्ति (Frequency) कहलाती है। मान लीजिए कि एक वग मे 10 व्यक्ति ऐसे हैं जिनका वजन 50 60 पोण्ड के बीच है। इस सख्या अर्थात 10 को 50-60 वग की आवृत्ति (Frequency) कहते हैं।

आवृत्ति वितरण बनाना (Construction of Frequency Distribution)

खण्डित आवत्ति वितरण (Discrete Frequency Distribution)

खण्डित आवृत्ति वितरण को बनाना अत्यन्त सरल होता है। इसम केवल मदा की पुनरावृत्ति की सख्या गिनते है। इन सख्या को ही उस मद की आवृत्ति कहा जाता है। एक मद की आवृत्ति की सख्या को गिनने के लिए हम मिलान रेखाआ (Tally bars) का प्रयोग करते हैं। प्रत्येक वग या मद के अन्त वाली एक इकाई या मद के लिए उस वग के सामने एक तिरछी रेखा (/) लगा दी जाती है। पाँचवी रेखा पहली चार रेखाओ को काटती हुई लगाई जाती है। इस प्रकार पाँच-पाच मदो के साँचे (Blocks) बन जाते हैं जिनको गिनना बहुत आसान हो जाना है। अन्त मे ऐसी रेखाआ को गिन कर मद या वग के सामने लिख दिया जाता है। यह सख्या उन वग या मद की आवृत्ति (Frequency) है। अब हम खण्डित आवत्ति की रचना को एक उदाहरण से स्पष्ट करते हैं

ऊपर दिए गए अवरोही क्रमबद्ध (Ascending Order Array) के उदाहरण से खण्डित आवत्ति वितरण (Discrete Frequency Distribution) की रचना को यहाँ दिखाया गया है

खण्डित आवृत्ति वितरण
(Discrete Frequency Distribution)

प्राप्त अंक (चर)	मिलान रेखाएँ (Tally bars)	विद्यार्थियों की संख्या (आवृत्ति)
0	III	3
10	III	3
20	HHL	5
30	HHL II	7
40	HHL I	6
50	IIII	4
60	III	3
70	III	3
80	III	3
90	III	3
	कुल =	40

हम एक और उदाहरण लेते हैं । 30 विद्यार्थियों द्वारा 20 अंकों में से निम्न-लिखित अंक प्राप्त किये गए हैं

2	8	12	10	4	8
12	12	6	12	6	9
10	9	12	10	6	9
7	6	12	8	9	6
8	4	10	7	9	12

ऊपर दिये गये आँकड़े अपने मूल रूप (rawform) में हैं । अत अनुसंधानकर्ता को सर्वप्रथम इन्हें आरोही या अवरोही क्रमबद्ध में लाना होता है । जब आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रमबद्ध में लाया जाता है तो इन्हें क्रमबद्ध आँकड़े (array data) कहा जाता है । हम इन आँकड़ों को आरोही रीति से क्रमबद्ध करते हैं जैसा कि नीचे किया गया है ।

2	6	8	9	10	12
4	6	8	9	10	12
4	6	8	9	10	12
6	7	8	9	12	12
6	7	9	10	12	12

इन आरोही क्रमबद्ध आकड़ो से खण्डित आवृत्ति वितरण की रचना इस प्रकार होगी

खण्डित आवृत्ति व वितरण
(Discrete Frequency Distribution)

प्राप्त अङ्क (चर)	मिलान रेखाएँ (Tally Bars)	विद्यार्थियो की संख्या (आवृत्ति)
2	I	1
4	II	2
6	~~IIII~~	5
7	II	2
8	IIII	4
9	~~IIII~~	5
10	IIII	4
12	~~IIII~~ II	7
	कुल	30

अखण्डित आवृत्ति की रचना (Construction of a Continuous Frequency Distribution)

इस प्रकार की आवृत्ति की रचना से पहले हमें वर्ग, वर्ग सीमाएँ, वर्ग विस्तार, मध्य मूल्य या मध्य उदाहरण के लिए 10 20 वर्ग में मध्य मूल्य 15 होगा जैसे मध्य मूल्य

$$=\frac{10+20}{2}=15$$

बिन्दु और वर्ग आवृत्ति (Class frequency) को समझ लेना आवश्यक है। अब हम बारी-बारी से इन शब्दो की व्याख्या करते हैं।

1 वर्ग (Class)

एक निश्चित विस्तार के समूह (Stated group of magnitude) को वर्ग

कहा जाता है जैसे 10—20 अंक, 20—25 रुपये, 5—10 मीटर इत्यादि।

2 वर्ग सीमाएँ (Class Limits)

एक वर्ग में दो सीमाएँ होती हैं—निम्न सीमा (lower limit) और ऊपरी सीमा (upper limit)। उदाहरण के लिए 35-40 के वर्ग में 35 निम्न सीमा है और 40 ऊपरी सीमा है। कभी-कभी निम्न और ऊपरी सीमाएं खुली छोड़ दी जाती है। इनको द्विवत मुखी वर्ग (Open end classes) कहा जाता है जैसे 100 रु० से कम आय, 1000 रु० से अधिक आय।

3 वर्ग विस्तार या वर्गांतर (Class Interval)

एक वर्ग की ऊपरी तथा निम्न सीमाओं के अंतर को वर्ग विस्तार या वर्गांतर कहा जाता हैं। उदाहरण के लिए 35-40 के वर्ग का वर्ग विस्तार 5 है।

4 मध्य मूल्य या मध्य बिन्दु (Mid Value or Mid Point)

एक वर्ग के वर्ग विस्तार का मध्य उस वर्ग का मध्य मूल्य या मध्य बिन्दु कहलाता है। मध्य मूल्य का ज्ञात करने के लिए वर्ग की उच्च सीमा और निम्न सीमा का योग कर दिया जाता है और तत्पश्चात उसका आधा कर लिया जाता है।

$$\text{मध्य मूल्य} = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

5 वर्ग-आवृत्ति (Class Frequency)

एक वर्ग में मदों (items) या अवलोकनों (observations) की संख्या को उस वर्ग की आवृत्ति कहते हैं।

वर्ग सीमा को निर्धारित करना (Determination of Class Limits)

वर्ग सीमा को निर्धारित करने की दो विधियां हैं
(क) अपवर्जी विधि (Exclusive Method) और
(ख) समावेशी विधि (Inclusive Method)

(क) अपवर्जी विधि (Exclusive Method)

इस विधि के अंतर्गत एक वर्ग की ऊपरी सीमा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा होती है, जैसे—10-20, 20-30, 30 40 अंक आदि। जिस विद्यार्थी के पूरे 20 अंक हैं उसे 20-30 के वर्ग में सम्मिलित किया जायेगा।

(ख) समावेशी विधि (Inclusive Method)

इस विधि के अनुसार एक वर्ग की निम्न सीमा और ऊपरी सीमा उसी वर्ग में सम्मिलित होती है। इससे स्पष्ट है कि एक वर्ग की ऊपरी सीमा और उससे अगले वर्ग की निम्न सीमा में अंतर होगा जैसे 60-69, 70 79, 80-89,…आदि।

अखण्डित आवृत्ति वितरण की रचना का स्पष्टीकरण (Illustration of the construction of continuous frequency distribution)

उदाहरण 1

अपवर्जी विधि

(Exclusive Method)

40 विद्यार्थियो द्वारा गणित परीक्षा मे प्राप्त अक नीचे दिए गये हैं। 5 के वर्गान्तर का प्रयोग करके अपवर्जी विधि से एक आवृत्ति वितरण बनाइये।

83	80	91	81	88	82	87	97	83	90
75	85	72	92	84	90	87	78	93	88
86	80	93	86	88	83	82	82	89	73
85	95	80	89	84	92	76	81	72	94

हल

सारणी-1

अखण्डित आवृत्ति वितरण (अपवर्जी विधि)

वर्गान्तर (Class interval)	मिलान रेखाएँ (Tally Bars)	आवृत्ति (Frequency)
70-75	III	3
75-80	III	3
80-85	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13
85-90	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
90-95	~~IIII~~ III	8
95-100	II	2
	कुल	40

उदाहरण 2

समावेशी विधि

(Inclusive method)

60 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त प्रतिशत अंकों का ब्यौरा नीचे दिया गया है। 9 के वर्गान्तर का प्रयोग करके समावेशी विधि द्वारा एक आवृत्ति वितरण बनाइए।

41	17	83	63	54	92	60	58	70	06
67	82	33	44	57	49	34	73	54	63
36	52	32	75	60	33	09	79	28	30
42	93	43	80	03	32	57	67	24	64
63	11	35	82	10	32	0	41	60	32
72	53	92	88	62	55	60	33	40	57

हल

सारणी 2

अखण्डित आवृत्ति वितरण (समावेशी विधि)

वर्गान्तर (Class interval)	मिलान रेखाएँ (Tally Bars)	आवृत्ति (Frequency)
0- 9	||||	4
10-19	|||	3
20-29	|||	3
30-39	~~||||~~ ~~||||~~	10
40-49	~~||||~~ ||	7
50-59	~~||||~~ ||||	9
60-69	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
70-79	~~||||~~	5
80-89	~~||||~~	5
90-99	|||	3
	योग	60

आवृत्ति वितरण की रचना की प्रमुख समस्याएँ (Problems in constructing Frequency Distribution)

आवृत्ति वितरण की रचना की मुख्य समस्याएँ निम्नलिखित हैं

(1) वर्गों की संख्या (Number of Classes)

सर्वप्रथम हम यह निश्चय करना पड़ता है कि वर्गों की संख्या कितनी हो। यह निश्चय हम अनेक तथ्यों को विचार करके करते हैं। जैसे एक शृंखला में मदों की संख्या, निम्नतम तथा उच्चतम मूल्य, वर्गों के अन्तर्गत मदों का वितरण, वर्ग आवृत्ति का क्रम इत्यादि। वर्गों की संख्या न तो अति कम होनी चाहिये और न ही अत्यधिक। इसके लिए कोई कठोर नियम तो नहीं, फिर भी साधारणतः ऐसा समझा जाता है कि इनकी संख्या 5 से 15 के बीच होनी चाहिए।

(2) वर्गों की सीमाएँ (Class Limits)

आवृत्ति वितरण रचना की दूसरी समस्या वर्गों की सीमाओं का निर्धारण करना होता है। वर्गान्तर की सीमाओं को लिखने के अनेक तरीके हैं। कोई भी एक तरीका ठीक हो सकता है यदि उसमें कोई अस्पष्टता (ambiguity) न हो। वर्गान्तर की सीमाएँ अपवर्जी रीति (Exclusive Method) में या समावेशी रीति (Inclusive Method) से निर्धारित की जाती है।

(3) विवृतमुखी वर्ग (Open end Classes)

विवृतमुखी वर्ग वह वर्ग है जिसमें या तो निम्नतम वर्ग की निम्न सीमा और या उच्चतम वर्ग की ऊपरी सीमा को छोड़ा होता है। जहाँ तक सम्भव हो विवृत मुखी वर्गों को नहीं लिखना चाहिए, क्योंकि इनमें कई प्रकार की कठिनाइयाँ पैदा हो जाती हैं, जैसे, हम एक विवृतमुखी वर्ग का मध्य-मूल्य नहीं जान सकते।

(4) असमान वर्गान्तर (Unequal Class Interval)

असमान वर्गान्तर वाले वर्गों में यह कठिनाई अधिक है कि सभी वर्गों की तुलना उनकी आवृत्ति से नहीं की जा सकती क्योंकि इनमें एक समान (Uniform) अन्तर नहीं होता। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हम अनुमान लगाते हैं कि यदि एक समान अन्तर का प्रयोग किया जाता तो प्रत्येक वर्ग में आवृत्तियाँ क्या होतीं।

संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution)

संचयी आवृत्ति वितरण वह वितरण है जिसमें आवृत्तियाँ संचय रूप से व्यक्त की गई हों। एक संचयी आवृत्ति वितरण में एक विशेष वर्ग की आवृत्ति उस वर्ग की आवृत्ति में पिछले वर्गों की समस्त आवृत्तियों को जोड़कर प्राप्त की जाती है। स्पष्टतया अन्तिम वर्ग की संचयी आवृत्ति सब वर्गों की आवृत्तियों का योगफल होता है। संचयी आवृत्ति वितरण को दो रूपों में व्यक्त किया जा सकता है—"से कम" (Less than) के रूप में और "से अधिक" (More than) के रूप में।

उदाहरण 3

निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से "से कम" (Less than) और "से अधिक" (More than) रूप की सचयी आवृत्ति शृखलाओ की रचना कीजिए

वर्गान्तर	विद्यार्थियो की सख्या (आवृत्ति)
50-54	4
54 58	6
58-62	12
62-66	8
66-70	6
70-74	12
योग	48

हल

"से कम" ('Less than Type)

वर्गान्तर (प्राप्त अक)	विद्यार्थियो की सख्या। आवृत्ति
50 से कम	0
54 से कम	4
58 से कम	10
62 से कम	22
66 से कम	30
70 से कम	36
74 से कम	48

"से अधिक" ('More than Type)

वर्गान्तर (प्राप्त अक)	विद्यार्थियो की सख्या आवृत्ति
74 से अधिक	0
70 से अधिक	12
66 से अधिक	18
62 से अधिक	26
58 से अधिक	38
54 से अधिक	44
50 से अधिक	48

अभ्यास के लिए प्रश्न

(EXERCISES)

1 आँकड़ों के वर्गीकरण से आप क्या समझते हैं ? वर्गीकरण के मुख्य उद्देश्य क्या हैं ?

2 वर्गीकरण के उद्देश्यों तथा विभिन्न तारीकों की संक्षेप में व्याख्या कीजिए।

3 एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंक नीचे दिये गए हैं

23, 28, 30, 32, 35, 36, 40, 36 41, 43, 44, 45, 48 49, 52, 53, 54, 56, 56, 58 61, 62, 65, 68, 68

(क) उपरोक्त आँकड़ों को आवृत्ति वितरण के रूप में 20-29, 30-39, 40 49, 50-59 और 60-69 के वर्गों में लेकर क्रमबद्ध (array) कीजिए।

(ख) इनसे संचय आवृत्ति वितरण की रचना भी कीजिए।

4 निम्न शब्दों की व्याख्या कीजिए

(क) क्रम बद्ध (Array), (ख) वर्गान्तर, (ग) चर,
(घ) मध्य बिन्दु, (ङ) आवृत्ति,
(च) वर्ग-सीमाएँ, और (छ) संचय आवृत्ति।

5 निम्नलिखित 25 चर मूल्यों से आवृत्ति सारणी बनाइए

19, 23, 24, 23, 20 22, 21 22 20 22, 23, 21, 20 22, 23, 22 24, 21, 25, 22, 21, 22, 23, 21, 23

6 60 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त प्रतिशत अंकों का ब्यौरा नीचे दिया गया है। 9 के वर्गान्तर का प्रयोग करके समावेशी रीति द्वारा एक आवृत्ति वितरण बनाइए।

41	17	83	63	54	92	60	58	70	06
67	82	33	44	57	49	34	73	54	63
36	52	32	75	60	33	09	79	28	30
42	93	43	80	03	32	57	67	24	64
63	11	35	82	10	32	0	41	60	32
72	53	92	88	62	55	60	33	40	57

7 निम्नलिखित आंकड़ा से अखण्डित आवृत्ति वितरण की रचना कीजिए तथा "से कम" और "से अधिक" की सचय शृंखलाएँ (Series) बनाइए

आय रु० म (मध्य मूल्य)	व्यक्तियो की सख्या (आवृत्ति)
50	7
150	15
250	35
350	28
450	10
550	5

8 50 विद्यार्थियो द्वारा सांख्यिकी में प्राप्त नीचे दिये गए अको से पहला वर्ग विस्तार 0 10 लेते हुए आवृत्ति सारणी की रचना कीजिए।

70	55	51	57	42	45	60	40	63	53
33	65	39	55	82	64	58	61	65	42
50	52	53	45	45	24	36	59	63	39
65	45	49	64	54	75	42	41	52	33
30	35	15	26	48	20	40	55	46	18

9 खण्डित और अखण्डित चरा की उदाहरणो सहित व्याख्या कीजिए।

10 (क) आप आवृत्ति सारणी से क्या समझते है ?

(ख) 25 विद्यार्थियो द्वारा गणित मे प्राप्त अको को 5 6, 7 8 ...... इत्यादि वर्गों म लेते हुए आवृत्ति सारणी म प्रस्तुत कीजिए।

खण्ड 3 (UNIT III)
आकड़ों का प्रस्तुतीकरण
(PRESENTATION OF DATA)

अध्याय 5

सारणीयन प्रदर्शन
(TABULAR PRESENTATION)

सारणी व सारणीयन (Table and Tabulation)

आंकडो के वर्गीकरण के पश्चात उनको सारणियो (Tables) द्वारा प्रदशन करने के क्रम का सारणीयन (Tabulation) कहते हैं। यह एक वैज्ञानिक प्रक्रम है जिसके अन्तगत आकडा के वर्गीकरण के पश्चात उनको पक्तियो (Rows) और स्तम्भा (Columns) म सारणी के रूप मे रखा जाता है। पक्तियाँ समस्तर (Horizontal) और स्तम्भ लम्बवत (Vertical) होते हैं। सारणीयन का प्रमुख उद्देश्य जटिल आकडा का सरल बनाना हाता है।

सारणीयन के उद्देश्य (Objectives of Tabulation)

सारणिया के बनाने के मुख्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं

(क) ये जटिल आंकडो को सरल बनाती हैं और उन्हे तुलना के योग्य बनाती है।

(ख) य आंकडा का सारणीबद्ध करके सांख्यिकी विश्लेषण के उपयुक्त बनाती हैं।

(ग) ये आंकडा के प्रस्तुतीकरण (Presentation) मे सहायता देती हैं।

(घ) ये स्थान की बचत करती है क्योंकि लम्बी चौडी सूचनाओ को सक्षिप्त रूप से थोडे से स्थान मे दती हैं।

(ङ) सारणीबद्ध आंकडो को दखने से तुरन्त पता चल जाता है कि दो या दो से अधिक चरो मे कोई सम्बन्ध है अथवा नही।

(च) सारणीबद्ध आंकडे मदा के जोड के काय को आसान कर देते हैं तथा भ्रमो (errors) और भूला का तुरन्त पता चल जाता है।

सारणियों के प्रकार (Types of Tables)

सारणियों के कई प्रकार होते हैं। मुख्य रूप से उन्हें दो भागों में बाँटा जा सकता है

(क) सरल सारणी (Simple Table) तथा जटिल सारणी (Complex Table)

(ख) सामान्य उद्देश्य सारणी (General Purpose Table) तथा विशिष्ट उद्देश्य सारणी (Special Purpose Table)

(क) सरल तथा जटिल सारणियाँ (Simple and Complex Tables)

एक सरल सारणी में केवल एक विशेषता या गुण को व्यक्त किया जाता है, जैसे जनसंख्या का विभिन्न आयु श्रेणियों के अनुसार सारणीयन जब कि एक जटिल सारणी में एक से अधिक गुणों या विशेषताओं का प्रस्तुत किया जाता है जैसे जनसंख्या का विभिन्न आयु श्रेणियों के अनुसार वितरण और फिर प्रत्येक आयु वर्ग में पुरुषों तथा स्त्रियों की संख्या का व्यक्त करना।

(ख) सामान्य उद्देश्य तथा विशिष्ट उद्देश्य वाली सारणियाँ (General Purpose and Special Purpose Tables)

एक सामान्य उद्देश्य वाली सारणी को सन्दर्भ सारणी (Reference Table) भी कहा जाता है। इसको बनाने का कोई विशेष तरीका नहीं होता अर्थात् यह किसी विशेष उद्देश्य के लिए नहीं बनाई जाती। इसमें विस्तृत सांख्यिकीय सूचना का विवरण होता है। सरकार द्वारा बनाई गई जनगणना सम्बन्धी सारणियाँ प्रायः इसी प्रकार की होती हैं।

विशेष उद्देश्य वाली सारणी किसी विशेष उद्देश्य को लेकर बनाई जाती है। ऐसी सारणियों को सारांश सारणियाँ (Summary Tables) अथवा विश्लेषण सम्बन्धी सारणियाँ (Analytical Tables) भी कहा जाता है। ये सारणियाँ संक्षिप्त और सरल होती हैं।

सारणी निर्माण के मार्ग दर्शन (Guidelines for Construction of a Table or Requirements of a Good Table)

सारणी बनाने के लिए कोई निश्चित नियम तो नहीं फिर भी एक आदर्श सारणी बनाने के लिए निम्नलिखित मुख्य बातों का ध्यान में रखना चाहिए

(1) प्रत्येक सारणी पर क्रम संख्या देनी चाहिए और उसका शीर्षक संक्षिप्त और स्पष्ट होना चाहिए।

(2) मदों (Items) को व्यवस्थित पंक्तियों में उनके वर्णमालानुसार (Alphabetically) समयानुसार, भौगोलिक क्षेत्रों के आधार आदि पर करना चाहिए।

(3) माप की इकाई स्पष्ट रूप से बताई जानी चाहिए। उसकी अस्पष्टता के कारण विश्लेषण दोषपूर्ण हो जाता है।

(4) सारणी बहुत लम्बी चौडी नहीं होनी चाहिए। यदि सांख्यिकी सामग्री बहुत अधिक हो तो उसकी एक की बजाए दो सारणियाँ बना लेनी चाहिएँ।

(5) आँकडों को उपसादित (Round of) करके लिखना चाहिए।

(6) सारणी में दिए आँकडों में से यदि कुछ आँकडे अधिक महत्व रखते हों तो उनको मोटे अक्षरों में लिख देना चाहिए। इससे उनका महत्व स्पष्ट हो जाता है।

(7) पंक्तियों (Rows) और स्तम्भों (Columns) में रखे गए आँकडों का योग व अन्तर्योग स्पष्ट रूप से लिखना चाहिए।

(8) सारणी बनाते समय सफाई का भी ध्यान रखना चाहिए। उसमें आँकडों की अधिक काट-छाँट करके उसे भद्दा नहीं करना चाहिए।

(9) सारणी में दिए गए आँकडों में यदि अस्पष्टता हो और उनसे सम्बंधित किसी विशेष बात को बताना हो तो उसे टिप्पणियों (Foot notes) में लिखना चाहिए।

(10) सारणी के अंत में सारणी में लिखे गए आँकडों का स्रोत भी लिखना चाहिए।

एक आदर्श सारणी के आवश्यक लक्षण

(Characteristics of a Good Table)

एक उत्तम सारणी में निम्नलिखित विशेषताएं (लक्षण) होने चाहिएँ।

(1) सारणी सांख्यकीय अनुसंधान के उद्देश्य के अनुकूल होनी चाहिए।

(2) सारणी सुनियोजित तथा वैज्ञानिक ढंग से निर्मित की जानी चाहिए।

(3) सारणी आकर्षक एवं संतुलित होनी चाहिए।

(4) सारणी में अनावश्यक वर्गीकरण नहीं किया जाना चाहिए तथा वह अधिक विवरणों से भरी हुई नहीं होनी चाहिए।

(5) सारणी ऐसी होनी चाहिए कि सभी आवश्यक मदों के तथ्यों को स्पष्ट करे तथा स्वयं में पूर्ण एवं शुद्ध हो।

(6) सारणी का आकार और खानों व पंक्तियों का अनुपात निश्चित करते समय उद्देश्य एवं बोधगम्यता का विशेष ध्यान रखना चाहिए।

(7) सारणी में तथ्यों का क्रम इस प्रकार का होना चाहिए कि तुलनात्मक सुविधा रहे।

(8) सारणी में मापों की इकाइयाँ स्पष्ट रूप से दिखाई जानी चाहिएँ जैसे—'कीमत रुपयों में' 'भार किलोग्राम' आदि।

(9) सारणी स्वयं परिचायक (Self explanatory) होनी चाहिए, अर्थात्

सारणी में उचित शीर्षक उपशीर्षक, खाना व पंक्तियों के शीर्षक, मदों के भाग, टिप्पणी आदि स्पष्ट होनी चाहिएँ।

सारणी के प्रमुख भाग (Main parts of a Table)

एक सारणी के प्रमुख भाग निम्नलिखित हैं

(1) सारणी संख्या (Table Number)

सारणी संख्या लिखने का उद्देश्य यह होता है कि सारणी को ढूंढने में समय न लगे। सारणी संख्या को देखकर हम उसे पुस्तक या प्रतिवेदन में बड़ी आसानी से ढूंढ सकते हैं।

(2) सारणी का शीर्षक (Title of the Table)

प्रत्येक सारणी का एक शीर्षक होना चाहिए जो छोटा और स्पष्ट हो। शीर्षक के शब्द ऐसे होने चाहिए जो स्पष्ट रूप से आंकड़ों के स्वरूप, समय तथा स्थान सम्बन्ध को बता सके।

(3) मुख्य संकेत (Head-notes)

शीर्षक को और अधिक स्पष्ट करने के लिए इसके तुरन्त नीचे मुख्य संकेत भी दिया जा सकता है।

(4) उपशीर्षक (Captions) और पंक्ति शीर्षक (Stubs)

सारणी में स्तम्भों (Columns) के शीर्षकों को उपशीर्षक (Captions) कहा जाता है। सारणी में पंक्ति के शीर्षकों को पंक्ति शीर्षक (Stubs) कहते हैं। यह सारणी के एकदम बाएं ओर होते हैं। सबसे ऊपर एक मुख्य पंक्ति शीर्षक (Stub Head) भी होता है।

(5) कलेवर (Body)—यह सारणी का मुख्य भाग होता है क्योंकि इसमें समस्त सांख्यिकीय सूचना दी हुई होती है। आंकड़ों को स्तम्भों और पंक्तियों में प्रस्तुत किया जाता है और योग भी नीचे दिए होते हैं। वास्तव में कलेवर सारणी का एक बहुत ही महत्वपूर्ण भाग होता है।

(6) टिप्पणियाँ (Foot notes)—टिप्पणियाँ सारणी के नीचे बाईं ओर लिखी जाती हैं। यह सारणी का आवश्यक भाग नहीं होता। सारणी में दिये गए अंक और शब्दों में यदि कोई अस्पष्टता रह गई हो उसे टिप्पणी में लिख दिया जाता है। परन्तु जहाँ तक सम्भव हो टिप्पणी का प्रयोग कम करना चाहिए। यह तभी हो सकता है यदि सारणी अपने में बिल्कुल पूर्ण हो।

(7) स्रोत संकेत (Source Note)—स्रोत संकेत सारणी में रखे गए आंकड़ों के स्रोत को बताता है। अतः स्रोत संकेत (Source Note) भी सारणी का एक आवश्यक भाग है।

नीचे एक सारणी का स्वरूप (Format) दिया गया है

सारणी संख्या (Table No)
शीर्षक (Title)
हैड नोट (Head Note)

<table>
<tr><td rowspan="2">मुख्य
पंक्ति शीर्षक
(Stub Head)</td><td colspan="5">उपशीर्षक
(Captions)</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="5">स्तम्भ शीर्षक
(Column Heads)</td></tr>
<tr><td>पंक्तियाँ
(Stub entries)</td><td></td><td></td><td>कलेवर
(Body)</td><td></td><td></td><td>कलेवर
(Body)</td></tr>
</table>

1 टिप्पणियाँ (Foot Notes)   2 स्रोत संकेत (Source Note)

उदाहरण—भारत की प्रथम चार योजनाओ मे सार्वजनिक क्षेत्र के परिव्यय व आंकडो की सहायता से हम सारणी (Table) के विभिन्न भागो को स्पष्ट करते है

सारणी—5   Table No

प्रथम चार योजनाओं मे सार्वजनिक क्षेत्र का परिव्यय   (Title)

(राज्यो के भाग को सम्मिलित करके)   Head Note

(करोड रुपयो में)

Stub head	मदें	प्रथम योजना कुल	द्वितीय योजना कुल	तृतीय योजना कुल	चतुर्थ योजना कुल	Box head
		(1)	(2)	(3)	(4)*	
1 कृषि और कृषि सम्बन्धी क्षेत्र		290 (14 8)	549 (11 7)	1089 (12 7)	2353 5 (15 0)	
II सिंचाई एव बाढ नियत्रण		434 (22 2)	430 (9 2)	665 (7 8)	1272 0 (8 1)	

सारणी म उचित शीपक उपशीपक, खाना व पक्तियो क टिप्पणी आदि स्पष्ट हानी चाहिएँ ।

सारणी के प्रमुख भाग (Main parts of a Tal

एक सारणी के प्रमुख भाग निम्नलिखित हैं

(1) सारणी सख्या (Table Number)

सारणी सख्या लिखने का उद्देश्य यह हाता है समय न लगे । सारणी सख्या को देखकर हम उसे पुस्त आसानी म ढूंढ सकत हैं ।

(2) सारणी का शीर्षक (Title of the Table)

प्रत्येक सारणी का एक शीर्षक होना चाहिए अ शीपक क शब्द एसे होन चाहिए जो स्पष्ट रूप से थ स्थान सम्ब ध को बता सके ।

(3) मुख्य सकेत (Head-notes)

शीपक का और अधिक स्पष्ट करने के लिए भी दिया जा सकता है ।

(4) उपशीपक (Cap ions) और पक्ति

सारणी मे स्तम्भा (Columns) क शीपका ज ता है । सारणी में पक्ति के शीपको को पक्ति सारणी के एकदम बाए ओर हाते है । सबसे ऊप Head) भी हाता है ।

(5) कलेवर (Body)—यह सारणी का समस्त सांख्यिकीय सूचना दी हुई होती है । आंक प्रस्तुत किया जाता है और योग भी नीचे दिए होते का एक बहुत ही महत्वपूण भाग होता है ।

(6) टिप्पणियाँ (Foot notes)—टिप्पणियाँ लिखी जाती हैं । यह सारणी का आवश्यक भाग नहीं हो अक और शब्दो मे यदि कोई अस्पष्टता रह गई हो,उसे जाता है । पर तु जहाँ तक सम्भव हा टिप्पणी का प्रयोग तभी हो सकता है यदि सारणी अपने मे बिल्कुल पूण हो ।

(7) स्रोत सकेत (Source Note)—स्रोत सकेत स के स्रोत को बताता है । अत स्रोत सकेत (Source Not आवश्यक भाग है ।

अध्याय 6

ऑंकड़ो का चित्रमय प्रदर्शन

(DIAGRAMMATIC PRESENTATION OF DATA)

सारणियो मे प्रस्तुत सांख्यिकीय आंकड़ो को केवल सारणियो को पढ़ने वाले विशेषज्ञ ही समझ सकते हैं किन्तु जब आंकड़ो को चित्र द्वारा प्रस्तुत किया जाता है तो साधारण व्यक्ति भी इनमे प्रस्तुत सामग्री का बड़ी आसानी से समझ लेता है। आंकड़ो का चित्रमय प्रदर्शन आँखों को आकर्षक लगता है और इसी कारण अंकों की तुलना मे अधिक प्रभावशाली होते हैं। चित्रों द्वारा आंकड़ों का विस्तृत समूह भी एक ही बार देखने मे समझ मे आ जाता है। आंकड़ो को अनेक प्रकार के चित्रो जैसे सरल दण्ड चित्र, बहुदण्ड चित्र, उप-विभाजित दण्ड चित्र, वृत्तीय चित्र, मान चित्र, चित्र लेख इत्यादि द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है।

आंकड़ो के चित्रमय प्रदर्शन से लाभ (Advantages of diagrammatic presentation of data)

आंकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन के निम्नलिखित लाभ हैं

(1) चित्र आंकड़ो के विशाल समूह को आकर्षक और समझने मे आसान बनाते है।

(2) चित्रो का प्रभाव तुरन्त होता है और वह चिरकाल तक रहता है।

(3) चित्रो द्वारा चरो के बीच तुलना भी आसान हो जाती है क्योंकि चित्रो को देखने मात्र से तुलना हो जाती हैं। आँकड़ो को पढ़ने व समझाने की भी आवश्यकता नही पड़ती।

(4) अंको मे नीरसता होती है जब कि चित्र आँखो को आकर्षक लगते हैं।

(5) एक अनपढ़ व्यक्ति सांख्यिकी तथ्य के महत्त्व को अंको की तुलना मे चित्र द्वारा अधिक आसानी से समझ सकता है।

चित्रो की संरचना के मार्गदर्शन (Guidelines for Construction of Diagrams)

चित्र बनाते समय हमे निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए

(1) प्रत्येक चित्र का एक उपयुक्त शीर्षक होना चाहिए।

(2) चित्र का आकार ठीक अनुपात मे होना चाहिए।

(3) चित्र बनाते समय एक उचित माप (Scale) रखना चाहिए। मापदण्ड कागज के अनुपात मे होना चाहिए।

	(1)	(2)	(3)	(4)*	
3 शक्ति	149	452	1252	2911 8	Body
(Power)	(7 6)	(9 7)	(14 6)	(18 9)	
4 ग्राम और लघु	42	187	241	247 7	
उद्योग	(2 1)	(4 0)	(2 8)	(1 6)	
5 उद्योग एव	55	938	1726	2873 6	
खनिज	(2 8)	(20 1)	(20 1)	(18 3)	
6 परिवहन एव	518	1261	2112	3062 0	
सचार	(26 4)	(27 0)	(24 6)	(19 5)	
7 अन्य	472	855	1492	3006 2	
	(24 1)	(18 3)	(17 4)	(19 0)	
	1960	4 672	8,577	15,724	
योग					
	(100 00)	(100 00)	(100 00)	(100 00)	

टिप्पणियाँ (foot note) कोष्ठक मे दिए गए अक क्षेत्र विशेष मे परिव्यय से प्रतिशत को दिखाते हैं।

2 *आशा किए गए (anticipated)

स्रोत (Source) इण्डिया 1976 सारणी 13 1 पृष्ठ 172

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 सारणीयन किसे कहते है। सारणीयन के महत्त्व को सक्षेप मे समझाइए।

2 सारणी के विभिन्न भाग कौन-कौन से हैं ? सारणी बनाते समय किन किन बातो का ध्यान रखना चाहिएँ ?

3 एक आदर्श (उत्तम) सारणी मे कौन-कौन से लक्षण होने चाहिएँ ?

4 एक आदर्श सारणी के मुख्य भाग कौन कौन से हैं ? सक्षेप मे समझाइए।

5 सारणीयन के मुख्य उद्देश्य क्या हैं ?

अध्याय 6

ऑक्ड़ो का चित्रमय प्रदर्शन

(DIAGRAMMATIC PRESENTATION OF DATA)

सारणिया म प्रस्तुत साख्यिकीय आकडा को केवल सारणियो को पढने वाले विशेषज्ञ ही समझ सकते हैं किन्तु जब आँकडा को चित्र द्वारा प्रस्तुत किया जाता है ता साधारण व्यक्ति भी इनमे प्रस्तुत सामग्री का बडा आसानी से समझ लेता है। आँकडा का चित्रमय प्रदशन आँखा का आकपक लगता है और इसी कारण अको की तुलना मे अधिक प्रभावशाली होते है। चित्रा द्वारा आकडा का विस्तत समूह भी एक ही बार देखने म समझ मे आ जाता है। आकडा का अनेक प्रकार के चित्रो जैसे सरल दण्ड चित्र, बहुदण्ड चित्र, उप-विभाजित दण्ड चित्र, वृत्तीय चित्र, मान चित्र, चित्र लेख इत्यादि द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है।

आँकडो के चित्रमय प्रदशन से लाभ (Advantages of diagrammatic presentation of data)

आकडो क चित्रमय प्रदशन के निम्नलिखित लाभ हैं

(1) चित्र आकडा के विशाल समूह को आकपक और समझान म आसान बनाते हैं।

(2) चित्रा का प्रभाव तुरन्त होता है और वह चिरकाल तक रहता है।

(3) चित्रा द्वारा चरा के बीच तुलना भी आसान हो जाती है क्योकि चित्रो को देखने मात्र से तुलना हो जाती हैं। आँकडो को पढने व समझाने की भी आवश्यकता नही पडती।

(4) अका मे नीरसता होती है जब कि चित्र आँखो को आकपक लगते हैं।

(5) एक अनपढ व्यक्ति साख्यिकी तथ्य के महत्व को अको की तुलना मे चित्र द्वारा अधिक आसानी से समझ सकता है।

चित्रा की सरचना के मागदशन (Guidelines for Construction of Diagrams)

चित्र बनाते समय हमे निम्न बाता का ध्यान रखना चाहिए

(1) प्रत्यक चित्र का एक उपयुक्त शीषक होना चाहिए।

(2) चित्र का आकार ठीक अनुपात मे होना चाहिए।

(3) चित्र बनाते समय एक उचित माप (Scale) रखना चाहिए। मापदण्ड कागज के अनुपात मे होना चाहिए।

(4) चित्र के नीचे टिप्पणी (Foot note) देना चाहिए ताकि प्रस्तुत आंकड़ो मे यदि कोई अस्पष्टता रह गई हो तो वह स्पष्ट हो जाए ।

(5) एक चित्र मे बनाए दण्डो (Bars) की चौडाई और उनके बीच का अन्तर अन्त तक एक समान होना चाहिए ।

(6) चित्र मे प्रयोग की गई विभिन्न प्रकार की रेखाओ व दण्डो को स्पष्ट करने के लिए चित्र के नीचे सकेत (Index) भी देना चाहिए ।

(7) चित्र बनाते समय सफाई (Neatness) का भी ध्यान रखना चाहिए । गन्दा और भद्दा चित्र समझना कठिन होता है ।

(8) चित्रों के प्रकार (Types of Diagrams)

अनेक प्रकार के चित्रो द्वारा सांख्यिकीय आंकडो का प्रदर्शन किया जा सकता है । महत्त्वपूर्ण चित्रो के प्रकार नीचे दिये गए हैं

(1) सरल दण्ड चित्र (Simple Bar Diagram)
(2) उप-विभाजित दण्ड चित्र (Sub divided Bar Diagram)
(3) बहु दण्ड चित्र (Multiple Bar Diagram)
(4) वृत्तीय चित्र (Pie Diagram)
(5) मानचित्र (Cartogram)
(6) चित्र लेख (Pictogram)

अब हम बारी बारी से प्रत्येक चित्र की व्याख्या करेंगे तथा उसका प्रदर्शन करेंगे ।

(1) सरल दण्ड चित्र (Simple Bar Diagram)

सरल दण्ड चित्र को सरल दण्ड चार्ट भी कहा जाता है। शब्द दण्ड से अभिप्राय एक आयात (rectangle) से होता है जिसकी लम्बाई अथवा ऊँचाई चित्र म प्रस्तुत चर के मूल्य (magnitude) के अनुसार बदलती है । दण्ड की चौडाई का ध्यान मे नही रखा जाता परन्तु एक पूर्ण चित्र म दण्डो की चौडाई एक समान होनी चाहिए । एक दण्ड पूरे चर के मूल्य (magnitude) को व्यक्त करता है । ऐसे चित्रो को बनाना बहुत सरल होता है । दण्ड खडे (vertical) अथवा पट (Horizontal) दोनो रूपो मे बनाए जा सकते हैं । फिर भी यथा सम्भव दण्ड खडी स्थिति में अधिक उपयुक्त होते हैं क्योंकि इससे तुलना में आसानी होती है और चित्र भी देखने मे अच्छा लगता है । ये चित्र जनसख्या, उत्पादन, बिक्री आदि आंकडो को प्रदर्शित करने के लिए प्रयोग किये जाते हैं । उदाहरण के लिए भारत में निरन्तर बढती हुई जनसख्या इस प्रकार के चित्र द्वारा दिखाई जा सकती है

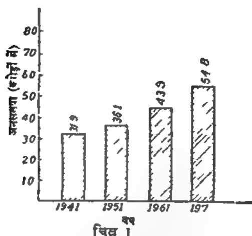
उदाहरण 1

निम्न आकडों के आधार पर भारत की जनसख्या वृद्धि को सरल दण्ड द्वारा प्रदर्शित कीजिए

वर्ष	—	1941	1951	1961	1971
जनसख्या (करोडो मे)	—	31 9	36 1	43 9	54 8

हल

उपरोक्त आँकडा को हम एक सरल दण्ड चित्र (Simple Bar Diagram) द्वारा निम्न रूप म प्रदर्शित कर सकते हैं।



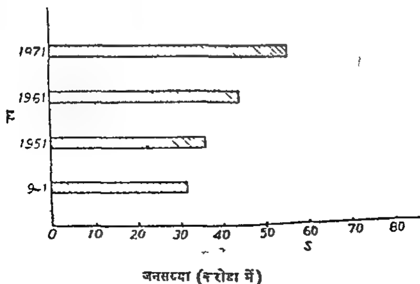
चित्र 1

उपरोक्त चित्र मे पट रेखा (Horizontal line) जनगणना वर्षों को दिखाती है और खडी रेखा (Vertical line) पर जनसख्या करोडा मे दिखाई गई है।

खडे (Vertical) दण्डा क स्थान पर हम पट (Horizontal) दण्डा वाला चित्र भी बना सकते हैं।

उदाहरण 2

उदाहरण 1 म दिय गये आकडो को हम पट-दण्डा (Horizontal bars) क द्वारा भी चित्र मे व्यक्त कर सकते हैं। पर तु इस अवस्था मे पट-रेखा (Horizontal line) दश का जनसख्या (करोडा मे) तथा खडी रेखा (Vertical line) जनगणना के वर्षों को प्रदर्शित करनी है जैसा कि नीचे चित्र मे दिखाया गया है।



2 उप-विभाजित दण्ड चित्र (Sub divided or Component Bar Diagram)

उपविभाजित दण्ड चित्र का प्रयोग समग्र (The whole) के भागो या अंगो (Component Parts) को प्रदर्शित करने के लिए किया जाता हैं। इसमे पूर्ण सांख्यिकीय सामग्री का एक दण्ड बना लिया जाता है और फिर उसको दिये गए आकडो के अनुसार उपविभाजित कर दिया जाता है। दण्ड के विभिन्न भागो म अन्तर स्पष्ट करने के लिए उनको अलग-अलग रगो या शेडो (shades) द्वारा दिखाया जाता है।

उदाहरण 3

निम्न सारणी म ग्रामोउद्योग मे लगे प्रशिक्षित कर्मचारियो की संख्या दी गई है

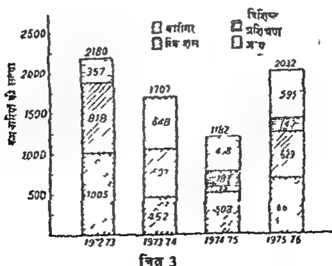
ग्रामोउद्योग मे लगे प्रशिक्षित कर्मचारियो की सख्या

वर्ष (Year)	1972 73	1973 74	1974-75	1975 76
कारीगर (Artisans)	1005	452	508	667
रिफ्रेशरस (Refreshers)	818	607	53	629
विशिष्ट प्रशिक्षण (Specialised Training)	—	—	183	140
अन्य (Others)	357	648	438	596
कुल	2180	1707	1182	2032

उपरोक्त आंकडो को उपविभाजित दण्ड चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

हल

उपविभाजित दण्ड चित्र को नीचे दिए चित्र म देखिए



चित्र 3

(3) बहुदण्ड चित्र (Multiple Bar Diagram)

दो या दो से अधिक चरों (Magnitudes) के बीच तुलनात्मक अध्ययन करने के लिए बहुदण्ड चित्रों का प्रयोग किया जाता है। इस चित्र के बनाने की विधि सरल दण्ड चित्र के समान ही है परन्तु इसमें एक दण्ड के स्थान पर दो या अधिक दण्ड बनाये जाते हैं। चरों में अन्तर को स्पष्ट करने के लिए दण्डों में अलग अलग रंग भरा जाता है या शेड (Shade) कर दिया जाता है।

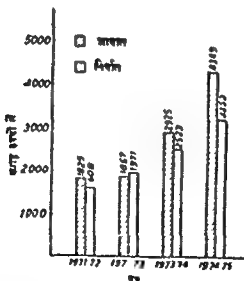
उदाहरण 4

नीचे दिए गए भारत के आयात-निर्यात के आंकड़ों को बहुदण्ड चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

वर्ष	आयात (करोड़ रुपयों में)	निर्यात (करोड़ रुपयों में)
1971-72	1825	1608
1972-73	1867	197.
1973-74	2925	2523
1974-75	4349	3253

हल

उपरोक्त आंकड़ों को नीचे दी गई बहुदण्ड चित्र द्वारा प्रदर्शित किया गया है



चित्र 4

4 वृत्तीय चित्र (Pie Diagram)

वृत्तीय चित्र को वृत्तीय चार्ट भी कहा जाता है। यह विभिन्न भागों में

विभाजित किया हुआ एक वत्त (Circle) होता है। इस चित्र के द्वारा समग्र (The whole) के विभिन्न खण्डो में तुलना करना आसान हो जाता है।

वृत्तीय चित्र को बनाने की विधि इस प्रकार है सवप्रथम एक वत्त बनाया जाता है। एक वृत्त मे 360° हाते है। प्रत्येक दिए हुए मद के मूल्य को कुल मूल्य के प्रतिशत मे बदल दिया जाता है। समग्र (The whole) का मूल्य 100 प्रतिशत होता है और एक वृत्त मे 360° होते हैं। अत

$$100 \text{ प्रतिशत} = 360^\circ$$

$$1 \text{ प्रतिशत} = \frac{360}{100} \text{ या } 3\ 6^\circ$$

इसके पश्चात विभिन्न मदो मे प्रतिशतो को कोणो (Angles) में बदल दिया जाता है। वत्त को इन कोणो के आधार पर खण्डो मे विभाजित किया जाता है। इन खण्डो को इस क्रम से बनाना चाहिए कि सबसे बडा खण्ड चित्र के ऊपरी भाग मे होना चाहिए और अन्य खण्ड बाई से दाहिनी ओर गिरते क्रम (Clockwise Sequence) से बनाने चाहिएँ। वत्तीय चित्र के प्रत्येक खण्ड मे अलग-अलग रग भर दिया जाता है या अलग-अलग प्रकार का शेड (Shade) कर दिया जाता है। प्राय प्रत्येक खण्ड म मद के मूल्य को भी लिख दिया जाता है।

अब हम एक उदाहरण द्वारा वृत्तीय चित्र की सरचना को प्रदर्शित करते हैं।

उदाहरण 5

निम्नलिखित आकडा का वत्तीय चित्र (Pie diagram) द्वारा प्रदर्शित कीजिए

बम्बई मे मकान बनाने की लागत

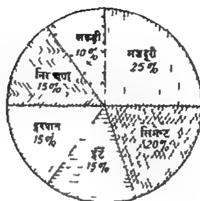
मजदूरी	25%
इटें	15%
सीमेंट	20%
इस्पात	15%
लकडी	10%
निरीक्षण	15%
योग	= 100

हल ‧

सवप्रथम हम सभी मदो के मूल्यो को कोणो (degrees) में बदलते हैं। क्योकि एक प्रतिशत 3 6° के बराबर है, अत

मजदूरी	$25 \times 3\ 6 = 90^\circ$
इटे	$15 \times 3\ 6 = 54^\circ$
सीमे ट	$20 \times 3\ 6 = 72^\circ$
इस्पात	$15 \times 3\ 6 = 54^\circ$
लकडी	$10 \times 3\ 6 = 36^\circ$
निरीक्षण	$15 \times 3\ 6 = 54^\circ$

निम्न वृत्तीय चित्र बम्बई में मकान बनाने की लागत के वितरण को प्रदर्शित करता है



चित्र 5

(5) मान चित्र

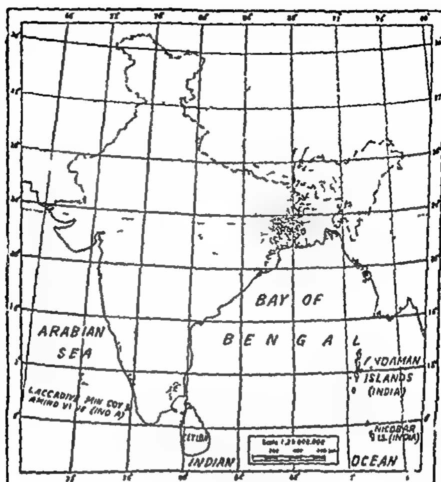
भौगोलिक सांख्यिकी जानकारी जैसे जनसंख्या का घनत्व, वर्षा, फसलों का वितरण, खनिज संग्रह आदि को प्रदर्शित करने के लिए मान चित्रों का प्रयोग किया जाता है। प्रत्येक क्षेत्र में मदों की भिन्न भिन्न मात्राओं (Quantities) को अनेक प्रकार से जैसे अलग अलग रंगों व शेड द्वारा या अंकों की संख्या को लिखकर प्रदर्शित किया जा सकता है।

उदाहरण 6

नीचे दिए गए मानचित्र (अगले पृष्ठ पर दिए चित्र 6 को देखिए) में भारत में चावल की खेती (Rice Cultivation) को प्रदर्शित किया गया है। देश के विभिन्न प्रदेशों में चावल की खेती को अलग-अलग बिन्दुओं द्वारा दिखाया गया है। जिन प्रदेशों में चावल की खेती अधिक होती है वहाँ बिन्दु अधिक पास-पास हैं।

(6) चित्र लेख (Pictogram)

अन्य प्रकार के चित्रों की तुलना में चित्र लेख (Pictogram) अधिक आकर्षक होते हैं। इसीलिए सांख्यिकीय आंकड़ों को प्रस्तुत करने की यह विधि अधिक लोकप्रिय बन गई है। किसी भी मद (Item) जैसे किसी विश्वविद्यालय में छात्रों की संख्या, किसी शहर में सड़कों पर चलने वाली बसों की संख्या आदि के बढ़ने या घटने को उस मद के चित्र बना कर दिखाया जाता है। मान लीजिए कि हमने दिल्ली में बढ़ती हुई बसों की संख्या को दिखाना है तो इसे बसों के चित्र बना कर दिखायेंगे। एक बस की आकृति को कुछ बसों के बराबर मान लिया जाता है। फिर जैसे जैसे प्रति वर्ष बसों की संख्या बढ़ती जाती है, बस आकृतियों की संख्या को भी बढ़ाया जाता है। परन्तु चित्रलेख प्रायः कुछ संख्या को



चित्र 6—भारत मे चावल की खेती

प्रदर्शित नहीं कर सकते क्योंकि यदि मनुष्य की एक आकृति 5,00,000 मनुष्यो को दिखाती है तो 8,76,740 मनुष्यो को चित्र लेख द्वारा दिखाना सम्भव नही। ऐसी स्थिति म उपसादन (Approximation) का सहारा लेना पड़ता है।

उदाहरण 7

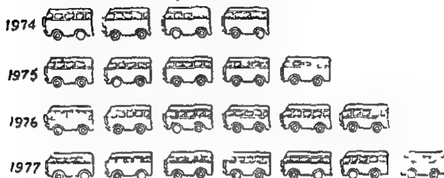
निम्न आकड़ा को चित्र लेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए—

दिल्ली में बसों की सख्या

वर्ष	बसो की सख्या
1974	2 000
1975	2,500
1976	3 000
1977	3,500

हल

उपरोक्त आकडो को चित्र लेख (Pictogram) द्वारा चित्र 7 मे प्रस्तुत किया गया है ।



चित्र 7

चित्रमय प्रदशन की सीमाएँ (Limitations of Diagrammatic Presentation)

आकडो का चित्रमय प्रदशन यद्यपि बहुत उपयोगी है, फिर भी चित्र सारणियो का स्थान नही ले सकते, क्योंकि चित्रो द्वारा आँकडा को प्रदर्शित करने की अनेक सीमाएँ है जिनमे से मुख्य निम्नलिखित हैं

(1) चित्रो द्वारा केवल सीमित सख्यात्मक सूचना ही दी जा सकती है। अधिक सूचना को प्रदर्शित करने से चित्र जटिल हो जाते हैं और ठीक ढग से समझे नही जा सकते ।

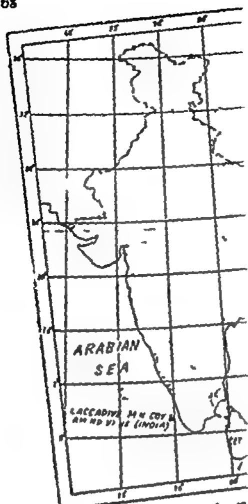
(2) चित्रा के द्वारा केवल उपसादित (Approximate) सूचना ही दी जा सकती है । चित्र छोटे छाटे भागो या अ तरा को प्रदर्शित नही कर सकते ।

(3) चित्रो का दुरुपयोग आसानी से किया जा सकता है । अत कोई भी व्यक्ति अपना उल्लू सीधा करने के लिए चित्रो को किसी भी तरह से व्याख्या (Interpret) कर सकता है ।

(4) चित्रा का आकडा के विश्लेषण मे कोई योग नहीं होता ।

(5) काल मालाआ (Time Series) व आवृत्ति वितरणा (Frequency Distributions) सम्बन्धी आँकडो को चित्रों द्वारा प्रदर्शित नही किया जा सकता ।

(6) चित्रों के बनाने में अधिक समय और अधिक परिश्रम लगता है ।



चित्र 6—

(8) निम्न सारणी मे दिये गये आँकडो का बहुदण्ड चित्र प्रदर्शन कीजिए।

योजना	बचत दर (प्रतिशत)	निवेश दर (प्रतिशत)
पहली योजना	6 0	8 0
दूसरी योजना	8 5	11 0
तीसरी योजना	11 5	13 4
वार्षिक योजनाएँ	8 4	12·2
चौथी योजना	10 0	10 8

(9) चित्र लेख (Pictogram) क्या है ? इसका प्रयोग कब किया जाता है ?

निम्न आँकडो को चित्र लेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

देश	भारत	अमरीका	चीन
गायें (करोडो मे)	180	94	20

(10) नीचे दी गई सारणी 1973-76 के बीच भारत मे लोगो के पास मुद्रा-पूर्ति (Money Supply) का ब्यौरा देती है

(करोड रुपयो में)

	1973	1974	1975	1976
नोट (Notes)	4500	5400	5380	5640
रुपये के सिक्के (Rupee coins)	350	360	320	360
छोटे सिक्के (Small Coins)	310	290	300	375
जमा मुद्रा (Deposit Money)	340	400	400	375
कुल (Total)	5,500	5,350	6,400	6,750

स्रोत R B I Bulletin Jan 1977

उपरोक्त आँकडो को उपविभाजित दण्ड चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

अभ्यास के लिए प्रश्न

(EXERCISES)

(1) सांख्यिकीय आँकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन के गुणा और सीमाओं को बताइए।

(2) चित्रों की सरचना करते समय आप किन बातों को ध्यान मे रखेंगे ?

(3) चित्रों के विभिन्न प्रकार कौन-कौन से हैं ? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण कीजिए।

(4) दण्ड चित्र और वृत्तीय चित्र मे अन्तर स्पष्ट कीजिए।

(5) निम्न सारणी गत 50 वर्षों मे भारत की जनसख्या वृद्धि को बताती है। दण्ड चित्र द्वारा आँकड़ो को प्रस्तुत कीजिए।

वर्ष	1921	1931	1941	1951	1961	1971
जनसख्या (करोड़ो मे)	25 1	27 9	31 9	36 1	43 9	54 8

(6) उपविभाजित कोणीय चित्र (subdivided angular diagrams) क्या हैं ? उनका प्रयोग कब किया जाता है ?

निम्न सारणी भारत की जनसख्या का विभाजन धर्म के आधार पर (according to religion) प्रस्तुत करती है

धर्म	हिन्दू	मुसलिम	ईसाई	सिख	अन्य
जनसख्या (लाखो मे)	4540	615	145	100	80

उपरोक्त आँकड़ो को कोणीय चित्र (Pie diagram) द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

(7) निम्न सारणी 1971 मे भारत के व्यवसाय वितरण (occupational structure) को प्रस्तुत करती है

क्षेत्र (Sector)	प्रतिशत (Percentage)
प्राथमिक	72 1
द्वितीय	11 2
तृतीय	16 7
	100 0

उपरोक्त आँकड़ो को एक उचित चित्र द्वारा निरूपण कीजिए।

बिंदु (Point of origin)। अक्ष x पर "O" बिंदु से दाईं ओर साकारात्मक (Positive) मूल्य तथा "O" बिन्दु की बाईं ओर x अक्ष पर नाकारात्मक (Negative) मूल्य को दिखाया जाता है। मूल बिंदु पर मूल्य शून्य (Zero) होता है। y अक्ष पर साकारात्मक मूल्य ऊपर की ओर दिखाया जाता है और नाकारात्मक मूल्य नीचे की ओर दिखाया जाता है। अतः x अक्ष और y-अक्ष ग्राफ पेपर को 4 भागों में —I II III और IV में बांट देते हैं। इन चार भागों को चरण I, II, III तथा IV (Quadrants I, II III and IV) कहते हैं। यदि x और y दोनों चर (variables) के और दोनों के मूल्य साकारात्मक हैं तो उन मूल्यों का चरण I (Quadrant I) में अंकित किया जायेगा। यदि x और y दोनों चरों (Variables) के मूल्य नाकारात्मक हैं तो उन मूल्यों को चरण III (Quadrant III) में अंकित किया जायेगा। यदि x चर का मूल्य साकारात्मक है और y चर का मूल्य नाकारात्मक है तो उन मूल्यों को चरण IV (Quadrant IV) में अंकित किया जायगा। यदि x चर का मूल्य नाकारात्मक है और y चर का मूल्य साकारात्मक है तो इन मूल्यों को चरण II (Quadrant II) में अंकित किया जायगा।

ग्राफ बनाते समय स्वतन्त्र चर (Independent variable) को x-अक्ष पर मापना चाहिए और आश्रित चर (Dependent Variable) को y अक्ष पर मापना चाहिए। रेखा चित्र के लिए मापदण्ड (Scale) का चुनाव सावधानी से करना चाहिए ताकि सभी मूल्यों को आसानी से मापा जा सके। माप दण्ड प्राकृतिक या आवश्यकता के अनुसार अनुपातिक भी रखा जा सकता है।

(क) काल श्रृंखलाओं के रेखाचित्र (Graphs of Time Series)

काल मालाओं या श्रृंखलाओं के रेखाचित्र वे रेखाचित्र हैं जो समय के आधार पर एक या एक से अधिक चरों में संख्यात्मक परिवर्तनों को दिखाते हैं। इन रेखाचित्रों को कालिक चित्र (Historigram) भी कहा जाता है।

काल-मालाओं के रेखाचित्र बनाने के नियम (Rules for constructing the time series graphs)

(1) समय की इकाइयाँ x अक्ष पर लेनी चाहिएं और चर का आकार y अक्ष पर मापना चाहिए।

(2) समय की इकाइयों (जैसे वर्ष, मास, सप्ताह, दिन आदि) में शून्य (Zero) नहीं होता, अतः x अक्ष पर पैमाना (Scale) शून्य से आरम्भ नहीं होना चाहिए।

(3) समय कभी नाकारात्मक संख्या में नहीं होता, अतः चरण II और चरण III का प्रयोग नहीं होता।

(4) अक्ष x को बराबर भागों में विभाजित करना चाहिए ताकि प्रत्येक भाग बराबर बराबर समय अवधि को दिखा सके।

अध्याय 7

ऑंकड़ो का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन

(GRAPHIC PRESENTATION OF DATA)

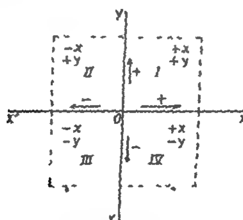
काल शृखलाओं (Time series) और आवृत्ति वितरण शृखलाओं (Frequency Distribution Series) के प्रदर्शन के लिए बिन्दुरेखीय विधि (Graphic method) का प्रयोग किया जाता है। बिन्दुरेखीय चित्रों को दो भागो मे विभाजित किया जा सकता है

(क) काल शृखलाओं के रेखाचित्र (Graphs of time series)

(ख) आवृत्ति वितरणो के रेखाचित्र (Graphs of frequency distributions)

रेखा चित्र या ग्राफ बनाने की विधि (Technique of making graphs)

रेखा चित्र या ग्राफ बनाने के लिए दो सरल रेखाएँ जोकि एक दूसरे को 90° कोण पर काटती हो बनाई जाती हैं। इन रेखाओं को अक्ष (Axis) कहा जाता है। क्षैतिज (Horizontal) x अक्ष (x-axis) और उदग्र (Vertical) रेखा को Y-अक्ष (Y-axis) कहा जाता है। जिस बिन्दु पर यह दोनो रेखाएँ काटती हैं उसे मूल बिन्दु (Point of Origin) कहा जाता है। निम्न रेखा चित्र 1 इन दोनो रेखाओं को दिखाती है



रेखा चित्र 1

उपरोक्त रेखा चित्र मे X-X' अक्ष-x है और Y Y' अक्ष y है। बिन्दु O मूल

बि दु (Point of origin) । अक्ष x पर "O" बि दु से दाईं ओर साकारात्मक (Positive) मूल्य तथा "O" बिन्दु की बाइ ओर x-अक्ष पर नाकारात्मक (Negative) मूल्य को दिखाया जाता है। मूल बि दु पर मूल्य शून्य (Zero) होता है। y अक्ष पर साकारात्मक मूल्य ऊपर की ओर दिखाया जाता है और नाकारात्मक मूल्य नीचे की ओर दिखाया जाता है। अत x अक्ष और y-अक्ष ग्राफ पेपर को 4 भागो मे —I II III और IV म बांट देते हैं। इन चार भागो को चरण I, II, III तथा IV (Quadrants I, II III and IV) कहते हैं। यदि x और y दो चर (variables) ह और दोनो के मूल्य साकारात्मक ह तो उन मल्यो का चरण I (Quadrant I) म अकित किया जायगा। यदि x और y दोनो चरो (Variables) के मूल्य नाकारात्मक हैं तो उन मल्यो को चरण III (Quadrant III) मे अकित किया जायगा। यदि x चर का मूल्य साकारात्मक है और y चर का मूल्य नाकारात्मक है तो उन मल्यो को चरण IV (Quadrant IV) म अकित किया जायेगा। यदि x चर का मूल्य नाकारात्मक है और y चर का मूल्य साकारात्मक है तो इन मूल्यो का चरण II (Quadrant II) म अकित किया जायेगा।

ग्राफ बनाते समय स्वतन्त्र चर (Independent variable) को x-अक्ष पर मापना चाहिए और आश्रित चर (Dependent Variable) का y अक्ष पर मापना चाहिए। रेखा चित्र के लिए मापदण्ड (Scale) का चुनाव सावधानी से करना चाहिए ताकि सभी मूल्यो का आसानी से मापा जा सके। माप दण्ड प्राकृतिक या आवश्यकता के अनुसार अनुपातिक भी रखा जा सकता है।

(क) काल शृंखलाओ के रेखाचित्र (Graphs of Time Series)

काल मालाओ या शृंखलाओ के रेखाचित्र वे रेखाचित्र हैं जो समय के आधार पर एक या एक से अधिक चरो मे सख्यात्मक परिवतनो को दिखाते है। इन रेखाचित्रो का कालिक चित्र (Historigram) भी कहा जाता है।

काल-मालाओ के रेखाचित्र बनाने के नियम (Rules for constructing the time series graphs)

(1) समय की इकाइयाँ x अक्ष पर लेनी चाहिएँ और चर का आकार y-अक्ष पर मापना चाहिए।

(2) समय की इकाइया (जैसे वर्ष, मास, सप्ताह, दिन आदि) म शून्य (Zero) नही होता, अत x अक्ष पर पैमाना (Scale) शून्य से आरम्भ नही होना चाहिए।

(3) समय कभी नाकारात्मक सख्या मे नहीं होता, अत चरण II और चरण III का प्रयोग नही होता।

(4) अक्ष x को बराबर भागो म विभाजित करना चाहिए ताकि प्रत्येक भाग बराबर बराबर समय अवधि का दिखा सके।

(5) जब चरा (variables) को y-अक्ष पर लिया जाये तो y-अक्ष पर पैमाना शून्य से आरम्भ होना चाहिए। परन्तु यदि चर मूल्य अधिक आकार के हैं न मूल बिन्दु से कुछ ऊपर किसी अन्य संख्या से पैमाना आरम्भ कर लेना चाहिए। इस को कृत्रिम आधार रेखा (False base line) कहा जाता है।

(6) पैमाने का चुनाव ऐसा होना चाहिए जिससे सम्पूर्ण आँकडो का रेखा चित्र में प्रदर्शन किया जा सके।

(7) रेखाचित्र में चर के मूल्यों को बिन्दुओं द्वारा अंकित करना चाहिए न कि शाखा या वक्रों द्वारा।

(8) ग्राफ पेपर पर अंकित बिन्दुओं को सीधी रेखाओं द्वारा मिलाना चाहिए न कि वक्रों द्वारा।

(9) जब एक ही रेखाचित्र में दो या अधिक चरों को अंकित किया गया हो तो विभिन्न प्रकार की रेखाएं जैसे सरल रेखा, टूटी रेखा (broken line), बिन्दु रेखा (dotted line), बिन्दु विराम रेखा (dot dash line), आदि लगाने चाहिए तथा विभिन्न रेखाओं का अन्तर स्पष्ट करने के लिए उनसे सम्बन्धित संकेत (Index) भी दे देना चाहिए।

(10) प्रत्येक रेखा चित्र का एक उपयुक्त शीर्षक देना चाहिए। पैमाने को समझाने के लिए उससे सम्बन्धित संकेत भी देना चाहिए।

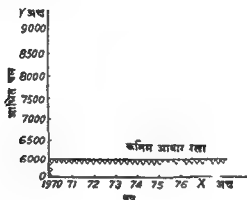
कृत्रिम आधार रेखा (False Base line)

ग्राफ या रेखाचित्र में "कृत्रिम आधार रेखा" (False Base line) द्वारा कालिक श्रेणियां (Time series) में छोटे छोटे उतार-चढावों (Fluctuations) को भी स्पष्ट रूप से प्रदर्शित किया जा सकता है। अनेक परिस्थितियों में आश्रित चर (Dependent Variable) के मूल्य में बहुत ही कम अन्तर होते हैं तथा चर के निम्नतम मूल्य (Smallest value) और मूल बिन्दु (Point of Origin) में बहुत अन्तर होता है। ऐसी परिस्थिति में यदि हम Y-अक्ष पर अपना पैमाना [Scale) मूल बिन्दु पर शून्य से आरम्भ करें तो अंकित मूल्य (Plotted values) बहुत ऊपर होंगे और परिणामस्वरूप रेखाचित्र या ग्राफ भद्दा लगेगा। इसके अतिरिक्त चल के मूल्यों में बहुत कम अन्तरों को स्पष्टता से प्रदर्शित नहीं किया जा सकता क्योंकि चर के मूल्यों में बहुत कम अन्तर होने के कारण अंकित रेखा लगभग सीधी ही लगेगी। रेखा चित्र में इन कमियों को दूर करने के लिए कृत्रिम आधार रेखा (False Base line) का सहारा लेना पड़ता है।

कृत्रिम आधार रेखा बनाने के लिए Y-अक्ष पर निरन्तर पैमाने (Regular Scale) को काट दिया जाता है और आश्रित चर (Dependent Variable) के निम्नतम मूल्य के समीप का मूल्य (Value) मूल बिन्दु (Point of origin) से थोड़ा ऊपर आरी के दाँतों जैसी रेखा X-अक्ष के समानान्तर खींच दी जाती है।

इसी रेखा को कृत्रिम आधार रेखा कहा जाता है। नीचे दिए गए चित्र 2 मे कृत्रिम आधार रेखा को प्रदर्शित किया गया है।

मान लीजिए कि आश्रित चर का निम्नतम मूल्य 6100 है। हम अक्ष—Y पर मूल बिन्दु O से थोडा ऊपर 6000 लिख देंगे और अक्ष-X के समानान्तर आरी के दातो जैसी एक रेखा खींच देंगे जैसा कि निम्न चित्र मे दिखाया गया है। Y—अक्ष पर पमाना इसी के आधार पर लिया गया है। इसी रेखा का नाम कृत्रिम आधार रेखा (False Base line) है।



रेखा चित्र 2

एक चर के रेखा चित्र (Graphs of one Variable)

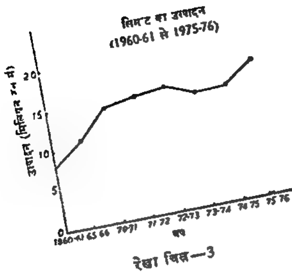
उदाहरण 1

निम्न आंकडा को एक रेखा चित्र द्वारा प्रस्तुत कीजिए।

वर्ष (Years)	सीमेंट का उत्पादन-मिलियन टन मे (Production of Cement in Million Tonnes)
1960—61	8 0
1965—66	10 8
1970—71	14 4
1971—72	15 0
1972—73	15 6
1973—74	14 7
1974—75	14 7
1975—76	17 2

हल

X-अक्ष पर समय अर्थात् वर्षों को दिखाया गया है और Y—अक्ष पर सीमेंट का उत्पादन टनो म दिखाया गया है। उपरोक्त आंकडा का ग्राफ पेपर पर अंकित करने के पश्चात उनको मिला दिया गया है जैसा कि अगले पृष्ठ पर रेखा चित्र 3 म दिखाया गया है।



रेखा चित्र—3

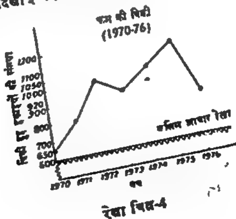
उदाहरण 2

निम्न आंकड़ों का रेखीय प्रदर्शन कीजिए—

वर्ष (Year)	फर्म की बिक्री (इकाइयों में) (Sale of Firm—in Units)
1970	650
1971	800
1972	1000
1973	920
1974	1050
1975	1150
1976	850

हल

X—अक्ष पर समय अर्थात वर्षों को लिया गया है और Y-अक्ष पर फर्म की बिक्री इकाइयों में दिखाई गई है। उपरोक्त आंकड़ों को ग्राफ पेपर या साधारण



रेखा चित्र-4

ग्राफ पर अंकित करने के पश्चात् इनको सीधी रेखाओं द्वारा मिला दिया गया है जैसा कि पिछले पृष्ठ पर के रेखा चित्र 4 में प्रदर्शित किया गया है।

दो या दो से अधिक चरों के रेखा चित्र (Graph of Two or more than two variables)

मापदण्ड की इकाई (Unit of measurement) समान होने पर दो या दो से अधिक अंकित चरों को एक ही रेखा चित्र में प्रदर्शित किया जा सकता है। परन्तु प्रत्येक अंकित चर के लिए अलग-अलग प्रकार की रेखाएँ जैसे सरल रेखा (Simple line) टूटी रेखा (Broken line), बिन्दु रेखा (Dotted line) आदि बनानी चाहिए ताकि रेखा चित्र को आसानी से समझा जा सके।

उदाहरण 3.

निम्न आँकड़ों को एक उपयुक्त रेखा चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

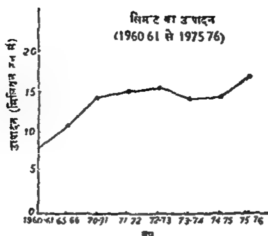
भारत में कपास एव जूट का उत्पादन
(मिलियन गाँठ में)

वर्ष (Years)	कपास (Cotton)	जूट (Jute)
1969—70	5·57	5·66
1970—71	4·76	4·04
1971—72	6·95	5·88
1972—73	5·74	4·96
1973—74	6·31	6·22
1974—75	7·16	4·47
1975—76	6·10	4·44

हल

रेखा चित्र में चरों (variables) में छोटे अन्तरों को प्रस्तुत करने के लिए हम ने कृत्रिम आधार रेखा (False base line) का प्रयोग किया है। (नीचे रेखा चित्र 5 को देखिए।)

रेखा चित्र—5



रेखा चित्र—3

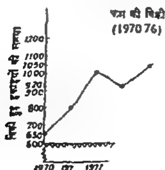
उदाहरण 2

निम्न आंकडा का रेखीय प्रदर्शन कीजिए—

वर्ष (Year)	फर्म की बिक्री (इकाइ (Sale of Firm—in'
1970	650
1971	800
1972	1000
1973	92
1974	10
1975	1
1976	

हल

X—अक्ष पर समय अर्थात वर्षों को लिखा गया है
की बिक्री इकाइयो मे दिखाई गई है । उपरोक्त आकडा



रे

चित्र द्वारा किया जाता है तो इसे आवृत्ति वितरण का रेखा चित्र (Graph of Frequency Distribution) कहा जाता है। इन रेखा चित्रों में चरों या मदों के मूल्य को x— अक्ष पर और उनकी आवृत्तियों को y— अक्ष पर दिखाया जाता है।

आवृत्ति वितरणों के रेखा चित्रों के प्रकार (Types of Frequency Distribution Graphs)

आवृत्ति वितरणों को निम्नलिखित मुख्य रेखा चित्रों में प्रदर्शित किया जा सकता है—

(1) रेखा आवृत्ति ग्राफ (Line Frequency Graph)
(2) आवृत्ति-आयत (Histogram)
(3) आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)
(4) आवृत्ति वक्र (Frequency Curve)
(5) सचयी आवृत्ति वक्र (Ogive or Cumulating Frequency Curve)

अब हम बारी-बारी से प्रत्येक की संक्षिप्त व्याख्या देकर उसको प्रदर्शित करेंगे।

(1) रेखा आवृत्ति ग्राफ (Line Frequency Graph)

रेखा आवृत्ति ग्राफ केवल खण्डित (Discrete) आवृत्ति वितरणों को प्रदर्शन करने के लिए प्रयोग किया जाता है।

उदाहरण 5

निम्न आंकड़ों का रेखा आवृत्ति ग्राफ (Line Frequency Graph) द्वारा प्रदर्शन कीजिए।

मद का मूल्य	2	3	4	5	6	7	8	9
आवृत्ति	2	3	5	8	6	4	2	1

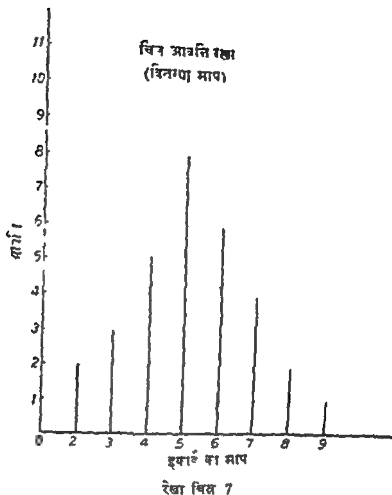
हल

रेखा आवृत्ति ग्राफ बनाने के लिए चर या मद के मूल्यों को x—अक्ष पर और उनकी आवृत्तियों को y—अक्ष पर लिया जाता है। मद के प्रत्येक मूल्य पर खड़ी रेखा (Vertical line) जिसकी लम्बाई उस मूल्य की आवृत्ति के बराबर होती है बनाई जाती है। अगले पृष्ठ पर दिए रेखा चित्र 7 में उपरोक्त आंकड़ों का रेखा आवृत्ति ग्राफ द्वारा प्रदर्शन किया गया है।

(2) *आवृत्ति आयत (Histogram)*

आवृत्ति वितरण को आवृत्ति आयत चित्र द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है। x—अक्ष पर वर्गान्तर (Class intervals) लिए जाते हैं और y—अक्ष पर उनकी आवृत्तियाँ (frequencies) ली जाती हैं। वर्गान्तरों और आवृत्तियों को मिलाने से आयतों (Rectangles) को बनाया जाता है। आवृत्ति आयत चित्र में आयतों को खड़े रूप में रखा जाता है। आवृत्ति आयत चित्र दो प्रकार के हो सकते हैं—

(क) जब आवृत्ति वितरण के वर्गान्तर समान हों और (ख) जब आवृत्ति वितरण के वर्गान्तर असमान हों।



रेखा चित्र 7

समान वर्गान्तर वाली आवृत्ति आयत (Histogram of Equal Class Intervals)

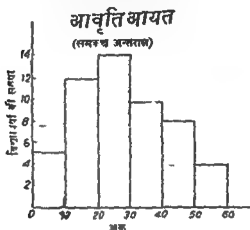
उदाहरण 6

निम्नलिखित आंकड़ों की सहायता से एक आवृत्ति आयत (Histogram) बनाइए।

अंक	छात्रों की संख्या (आवृत्ति)
0—10	5
10—20	12
20—30	14
30—40	10
40—50	8
50—60	4

हल

X अक्ष पर वर्गांतर और Y-अक्ष पर उनकी आवृत्तियां को लिया जाता है। तत्पश्चात समीपवर्ती आयातो को बनाया जाता है। प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल उस वर्ग की आवृत्ति का प्रस्तुत करता है। नीचे दी गई रेखा चित्र 8 उपरोक्त आकडो का आवृत्ति आयत (Histogram) द्वारा प्रदर्शन करती है।



रेखा चित्र 8

असमान वर्गान्तर वाली आवृत्ति आयत (Histogram of Unequal Class-Intervals)

उदाहरण 7

नीचे दिए गए आकड़ा को आवृत्ति आयत म प्रस्तुत कीजिए।

अक	छात्रा की सख्या (आवृत्ति)
0— 5	2
5—10	6
10—20	12
20—30	15
30—45	12
45—55	6

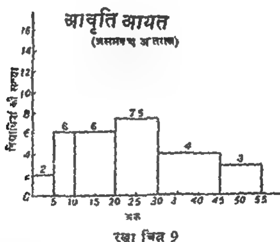
हल

इस प्रकार की आवृत्ति बनाने के लिए सभी वर्गों की आवृत्तियों (frequencies) को निम्नतम वर्गान्तर (Minimum class interval) क अनुसार सशोधित कर लिया जाता है। उपरोक्त उदाहरण में निम्नतम वर्गान्तर 5 है। वग 10—20 का आकार निम्नतम वर्गांतर जो कि 5 है से दो गुणा है। अत 10—20 वग की आवत्ति को 2 से भाग देंगे तो सशोधित आवृत्ति (Adjusted frequency) 6

होगी। इसी प्रकार दूसरे वर्गों के आवृत्तियों को भी संशोधित कर लिया जाता है जैसा कि निम्न सारणी में किया गया है

वर्गान्तर	छात्रों की संख्या (आवृत्ति)	संशोधित आवृत्ति
0— 5	2	2
5—10	6	6
10—20	12	12/2=6
20—30	15	15/2=7 5
30—45	12	12/3=4
45—55	6	6/2=3

अब उपरोक्त के आधार पर आवृत्ति आयत को नीचे रेखा चित्र 9 में प्रस्तुत किया गया है



रेखा चित्र 9

आवृत्ति आयत—जब वर्गान्तर समावेशी रीति द्वारा दिए गए हों (Histogram—When Class Intervals are Given by Inclusive Method)

उदाहरण 8

निम्न आंकड़ों से एक आवृत्ति आयत बनाइए।

अंक	आवृत्ति
10—19	3
20—29	4
30—39	7
40—49	5
50—59	4
60—69	2

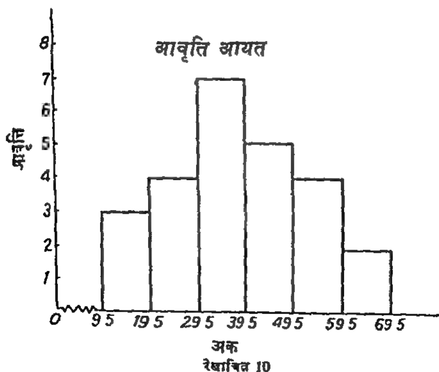
हल

उपरोक्त उदाहरण मे वर्गा तर समावेशी रीति (Inclus ve method) द्वारा दिये गए हैं। इसमे प्रत्येक वग की निम्न सीमा तथा उच्च सीमा उसी वर्ग मे सम्मिलित की गई है। अत इस स्थिति म आवत्ति आयत बनाने के लिये यह आवश्यक है कि निम्न तथा उच्च सीमाओ का इस प्रकार सशोधन किया जाये कि सशोधित वर्गों से समीपवर्ती (adjacent) आयतें बन जायें। सशोधित वर्गा तर निम्न सारणी मे दिये गए हैं

सशोधित वर्गान्तर (Adjusted Class Intervals)

अक (Marks)	आवत्ति (Frequency)
9 5—19 5	3
19 5—29 5	4
29 5—39 5	7
39 5—49 5	5
49 5—59 5	4
59 5—69 5	2

निम्न रेखाचित्र 10 उपरोक्त आकडो से आवृत्ति आयत का प्रदशन करता है



रेखाचित्र 10

(3) आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)

आवृत्ति बहुभुज से अभिप्राय आवृत्ति वितरण को प्रदर्शित करने वाली एक वक्र से होता है।

आवृत्ति बहुभुज—आवृत्ति आयत के साथ (Frequency Polygon—with Histogram)

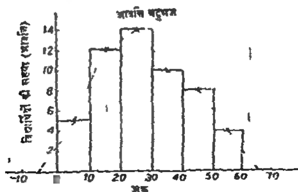
उदाहरण 9

निम्न आवृत्ति वितरण के आधार पर एक आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) बनाइए

अंक (Marks)	छात्रों की संख्या (आवृत्ति)
0—10	5
10—20	12
20—30	14
30—40	10
40—50	8
50—60	4

हल

उपरोक्त आंकड़ों से एक आवृत्ति आयत (Histogram) बनाइए। तत्पश्चात उसकी सभी आयतों की ऊपरी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को सीधी रेखाओं द्वारा मिला कर एक आवृत्ति बहुभुज बनाइए जैसा कि रेखाचित्र 11 में दिखाया गया है



रेखा चित्र 11

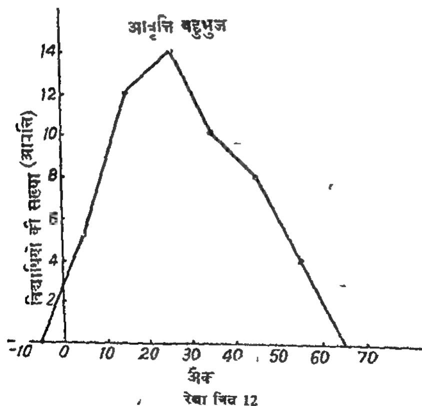
आवृत्ति बहुभुज-आवृत्ति आयत के बिना (Frequency Polygon—without Histogram)

उदाहरण 10

उदाहरण 9 मे दिए गये आवृत्ति वितरण से (बिना आवृत्ति आयत बनाए) एक आवृत्ति बहुभुज बनाइए।

हल

आवृत्ति आयत को बनाए बिना भी हम आवृत्ति बहुभुज को बना सकते हैं। इस विधि मे अन्तर्गत प्रत्येक वर्गान्तर के मध्य बिन्दु और उसकी आवृत्ति को कागज पर अंकित कर लिया जाता है। उन अंकित बिन्दुओ (Plotted Points) को सीधी रेखाओ द्वारा मिला कर एक आवृत्ति बहुभुज बनाई जा सकती है। निम्न रेखाचित्र 12 मे इसका प्रदर्शन किया गया है।



रेखा चित्र 12

(4) आवृत्ति वक्र (Frequency Curve)

आवृत्ति वक्र (Frequency Curve) एक सरलित वक्र (Smoothed curve) होती है जोकि आवृत्ति बहुभुज के बिन्दुओ मे से इस प्रकार खीची जाती है कि इसके अधीन क्षेत्र (Area) उतना ही रहे जितना कि आवृत्ति बहुभुज के

अधीन हो। अत आवृत्ति वक्र बनाने के लिए सर्वप्रथम हम आवृत्ति आयत (Histogram) बनायेंगे। तत्पश्चात् इसकी सभी आयातो की ऊपरी भुजाओ के मध्य बिन्दुओ को सीधी रेखाओ द्वारा मिला कर आवृत्ति बहुभुज बनायेंगे। अन्त मे एक सरलित वक्र द्वारा सरलीकरण करके आवृत्ति वक्र बना लेंगे।

आवृत्ति-वक्र—आवृत्ति आयत के साथ (Frequency Curve—with Histogram)

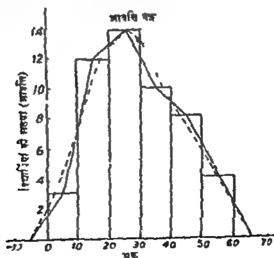
उदाहरण 11

निम्न आवृत्ति वितरण से एक आवृत्ति वक्र (Frequency curve) बनाइए

अक (Marks)	छात्राओ की सख्या आवृत्ति
0—10	3
10—20	12
20—30	14
30—40	10
40—50	8
50—60	4

हल।

उपरोक्त आवृत्ति वितरण से बनाई गई आवृत्ति वक्र (Frequency curve) निम्न रेखाचित्र 13 म प्रदर्शित की गई है। इसको बनाने के लिए पहले आवृत्ति आयत व आवृत्ति बहुभुज बनाए गए हैं।



रेखा चित्र 13

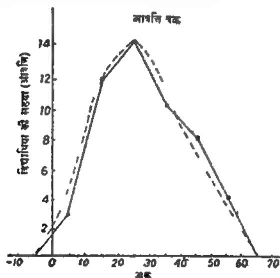
आवृत्ति वक्र—बिना आवृत्ति आयत (Frequency Curve—Without Histogram)

उदाहरण 12

उदाहरण 11 में दिए गए आवृत्ति वितरण से (बिना आवृत्ति आयत बनाए) एक आवृत्ति वक्र बनाइए।

हल

आवृत्ति वक्र (Frequency curve) को बिना आवर्ति-आयात (Histogram) बनाये भी बनाया जा सकता है। परन्तु आवर्त्ति वक्र बनाने से पहले आवर्त्ति बहुभुज बनाना आवश्यक होता है। इस विधि के अन्तगत प्रत्येक वर्गान्तर के मध्य बिन्दु और उसकी आवृत्ति को पेपर पर अंकित कर लीजिए। उन अंकित बिन्दुओं (Plotted points) सीधी रेखाओं द्वारा मिलाकर एक आवर्त्ति बहुभुज बनाइये और फिर इसका सरलीकरण करके आवृत्ति वक्र बनाइए जैसा कि निम्न रेखाचित्र 14 म स्पष्ट किया गया है। आवृत्ति वक्र टूटी रेखा (Broken line) ''रा' प्रस्तुत की गई है।



रेखाचित्र 14

(5) सचयी आवर्त्ति वक्र या ओगिव वक्र (Cumulative Frequency Curve or Ogive Curve)

ओगिव (Ogive) वक्र सचयी आवृत्ति वक्र होती है। सचयी आवृत्ति वक्रों का सांख्यिकीय विवेचनों मे एक विशेष महत्व होता है। ओगिव या सचयी वक्रों को बनाने की दो रीतियाँ हैं

(क) "इतने से कम" रीति ('Less than' method)

(ख) "इतने से अधिक" रीति (More than method)

(क) "इनसे न कम" रीति (Less than' method)

इस रीति में हम वर्गों की ऊपरी सीमाओं (Upper class limits) से आरम्भ करते हैं और उनकी आवृत्तियों को जोड़ते जाते हैं। इस प्रकार हम एक संचयी आवृत्ति विवरण बना लेते हैं। अब इन आंकड़ों को ... पर अंकित करके संचयी आवृत्ति वक्र या ओजाइव बना लेते हैं।

उदाहरण 13

निम्न आंकड़ों का "इनसे न कम (Less than method) रीति द्वारा एक संचयी आवृत्ति वक्र या ओजाइव में प्रस्तुत कीजिए।

अंक	विद्यार्थियों की संख्या (आवृत्ति)
0—10	4
10—20	10
20—30	20
30—40	35
40—50	15
50—60	6

हल

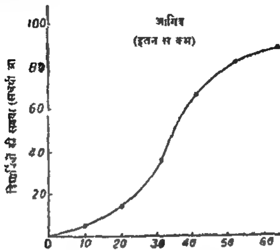
"इनसे न कम" (Less than) रीति से संचयी वक्र या ओजाइव बनाने के लिए सबसे पहले उपरोक्त वर्गों की ऊपरी सीमाओं से आरम्भ करके तथा उनकी आवृत्तियों को जोड़ करके एक संचयी सारणी बनाते हैं जैसा कि नीचे संचयी सारणी बनाई गई है

संचयी आवृत्ति सारणी (Cumulative Frequency Table)

अंक "इनसे न कम" (Marks 'Less than)	विद्यार्थियों की संख्या (संचयी आवृत्तियाँ)
10	4
20	14
30	34
40	69
50	84
60	90

अब X- अक्ष पर अंक और Y अक्ष पर संचय आवृत्तियाँ लीजिए। इनको कागज पर अंकित कीजिए और एक सरलित रेखा (Smoothed line) द्वारा

इन अंकित बिन्दुओ को मिलाने से सचयी आवृत्ति वक्र या ओगिव बन जायेगी जैसा कि निम्न रेखाचित्र 15 मे दिखाया गया है।



अंक

रेखाचित्र 15

(ख) "इतने से अधिक रीति ('More than method)

अब हम उदाहरण 13 मे दिए गए आकड़ा का "इतने से अधिक" रीति ('More than Method) द्वारा एक सचयी आवृत्ति वक्र या आगिव म प्रस्तुत करते हैं। इस रीति से सचयी आवत्ति वक्र बनाने के लिए हम वर्गों की निचली सीमाओ (Lower limits of classes) से आरम्भ करके उनकी आवत्तियो को घटाते जाते हैं। इस प्रकार एक सचीय आवत्ति सारणी बना ली जाती है जसे निम्न सारणी बनाई गई ह

सचयी आवत्ति सारणी (Cumulative Frequency Table)

अक "इतने से अधिक"	विद्यार्थियो की सख्या सचयी आवत्तियाँ
0	90
10	86
20	76
30	56
40	21
50	6
60	0

अब X अक्ष पर अका को आर Y अक्ष पर सचयी आवृत्तियों को

दोनों ओगिव "इतने से कम" और "इतने से अधिक' एक रेखाचित्र मे (Botl Ogives Less than' and More than on One Graph)

दोनो आगिव या सचयी आवति वक्र "इतने मे कम ' और 'इतने से अधिक" को हम एक ही रेखाचित्र मे भी दिखा सकते हैं जैसा कि पिछले पृष्ठ के रेखाचित्र 17 म दिखाया गया है

अभ्यास के लिए प्रश्न
(EXERCISES)

1 आकडा के बि दु रेखीय (Graphic) प्रदशन की व ख्या कीजिए।

2 कृत्रिम आधार रेखा क्या होती है ? किन-किन दशाओ म आप इसका प्रयोग करेंगे ?

3 विभि न प्रकार के बि दुरेखीय चित्रो (Graphs) का वणन कीजिए।

4 एक बि दु रेखाचित्र (Graph) बनाने क मुख्य नियमो की व्याख्या कीजिए।

5 सारणियो और चित्रो की तुलना मे बि दु रेखीय (Graphic) प्रदशन के लाभ बताइए।

6 आवत्ति वितरण (Frequency distributions) का प्रदशन किन किन रूपो मे किया जा सकता है ?

7 आवत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) और आवत्ति आयात (Histogram) के अ तर का उदाहरणो द्वारा स्पष्ट कीजिए।

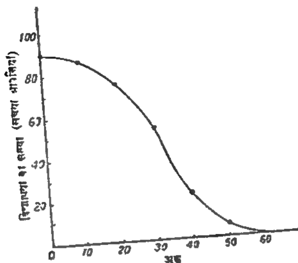
8 आवत्ति आयत (Histogram) और कालिक चित्र (Histogram) के अ तर का उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।

9 निम्नलिखित का अथ स्पष्ट कीजिए

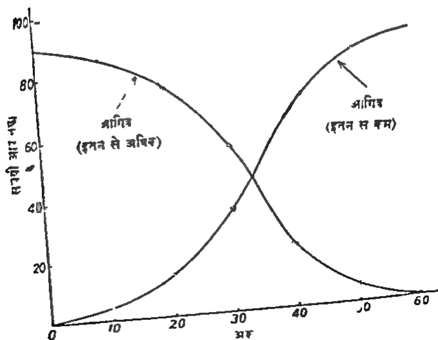
(क) आवृत्ति आयात (ख) आगिव (Ogive)
(ग) आवृत्ति बहुभुज, (घ) सरलित आवृत्ति वक्र (Smoothed frequency curve)

10 निम्न आँकडा को काल मालाओ के रेखाचित्र (Graph of time series) द्वारा कीजिए

दिखाइए । इन को पेपर पर अंकित करने से संचयी आवर्त्ति वक्र या ओगिव बन जाएगी जैसा कि रेखा चित्र 16 म दिखाया गया है



रेखाचित्र 16



रेखाचित्र 17

दोनो ओगिव "इतने से कम" और "इतने से अधिक एक रेखाचित्र मे (Both Ogives Less than' and More than on One Graph)

दोना आगिव या सचयी आवति वक्र "इतने मे कम' और 'इतने से अधिक" को हम एक ही रेखाचित्र मे भी दिखा सकते हैं जैसा कि पिछले पष्ठ के रेखाचित्र 17 म दिखाया गया है

अभ्यास के लिए प्रश्न
(EXERCISES)

1 आकडा के बि दु रेखीय (Graphic) प्रदशन की व्याख्या कीजिए।

2 कृत्रिम आधार रेखा क्या होता है ? किन-किन दशाओ म आप इसका प्रयोग करेंगे ?

3 विभिन्न प्रकार के बि दुरेखीय चित्रो (Graphs) का वणन कीजिए।

4 एक बिन्दु रेखाचित्र (Graph) बनाने के मुख्य नियमो की व्याख्या कीजिए।

5 सारणियो और चित्रा की तुलना मे बि दु रेखीय (Graphic) प्रदशन के लाभ बताइए।

6 आवत्ति वितरण (Frequency distributions) का प्रदशन किन किन रूपो म किया जा सकता है ?

7 आवत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) और आवत्ति आयात (Histogram) के अन्तर का उदाहरणो द्वारा स्पष्ट कीजिए।

8 आवत्ति आयत (Histogram) और कालिक चित्र (Histogram) के अ तर को उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।

9 निम्नलिखित का अथ स्पष्ट कीजिए

(क) आवृत्ति आयात (ख) आगिव (Ogive)
(ग) आवत्ति बहुभुज, (घ) सरलित आवत्ति वक्र (Smoothed frequency curve)

10 निम्न आँकडा को काल मालाओ के रेखाचित्र (Graph of time series) द्वारा प्रस्तुत कीजिए

जनगणना वर्ष (Census Year)	कुल जनसंख्या से शहरी जनसंख्या का प्रतिशत (Percentage of Urban Population to the Total Population)
1901	18 84
1911	10 29
1921	11 18
1931	11 99
1941	13 86
1951	17 29
1961	17 97
1971	19 19

11 निम्नलिखित आँकड़े थोक मूल्य सूचकांक से सम्बन्धित हैं। इनको रेखाचित्र (Graph) द्वारा प्रस्तुत कीजिए

वर्ष (Year)	खाद्य वस्तुएँ (Food Article)	निर्मित वस्तुएँ (Manufactured Articles)
1968	306	286
1969	383	346
1970	391	347
1971	416	354
1972	399	401

12 निम्न सारणी मे दिए गये आवृत्ति वितरण से

(क) आवृत्ति आयत, (ख) आवृत्ति बहुभुज तथा
(ग) आवृत्ति वक्र बनाइये

वर्गान्तर (Class Interval)	आवृत्ति (Frequency)
0—5	20
5—10	25
10—15	40
15—20	32
20—25	27
25 30	12

13 आवृत्ति आयत (Histogram) बनाये बिना निम्न आँकड़ा से (क) आवृत्ति बहुभुज तथा (ख) आवृत्ति वक्र बनाइये

मजदूरी (रु० मे)	आवृत्ति
50—60	8
60—70	12
70—80	55
80—90	65
90—100	73
100—110	72
110—120	81
120—130	62
130—140	46

14 निम्न आकडो के ओगिव वक्र (Ogive curve) बनाइए।

अक (Marks)	आवृत्ति (Frequency)
0—10	4
10—20	10
20—30	16
30—40	22
40—50	20
50—60	18
60—70	8
70—80	2

15 निम्न आकडा से आवृत्ति आयत (Histogram) बनाइये

अक (Marks)	आवृत्ति (Frequency)
0—10	4
10—20	10
20—30	16
30—40	22
40—50	20
50—60	18
60—70	8
70—80	2

(दिल्ली बार्ड 1978)

16 एक स्कूल की 12वी कक्षा के विद्यार्थियों के मासिक जेबखर्च भत्ता (Pocket money allowance) से सम्बन्धित दिये गये आंकड़ों से एक आवृत्ति आयत (Histogram) बनाइये

कक्षा का आकार	0—5	5—10	10—15	15—20
जेब खर्च (रु० में)	5	10	15	20
कक्षा का आकार	20—25	25—30	30—35	35—40
जेब खर्च (रु० में)	25	15	10	2

(दिल्ली बोर्ड 1978)

17 निम्न आवृत्ति वितरण से एक आवृत्ति आयत बनाइये

वेतन (रु० में)	मजदूरों की संख्या (आवृत्ति)	वेतन (रु० में)	मजदूरों की संख्या (आवृत्ति)
0—5	5	20—30	12
5—10	7	30—50	12
10—15	19	50—70	8
15—20	22		

18 निम्न आंकड़ों से एक आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) बनाइये

वेतन (पैसों में)	आवृत्ति	वेतन (पैसों में)	आवृत्ति
200—225	3	275—300	21
225—250	7	300—325	5
250—275	12	325—350	2

19 निम्न आंकड़ों को एक आवृत्ति आयत द्वारा प्रस्तुत कीजिए

अंक (Marks)	छात्राओं की संख्या	अंक (Marks)	छात्राओं की संख्या
5—9	4	20—24	32
10—14	17	25—29	13
15—19	25	30—34	6

20 निम्न आंकड़ों से आवृत्ति आयत तथा आवृत्ति बहुभुज बनाइये

अंक (Marks)	आवृत्ति (Frequency)	अंक (Marks)	आवृत्ति (Frequency)
0—10	4	40—50	20
10—20	10	50—60	18
20—30	16	60—70	8
30—40	22	70—80	2



अध्याय 8

सख्यात्मक आकड़ो की परिशुद्धता, उपसादन, अनुपात, दर एवं प्रतिशत

(ACCURACY OF QUANTITATIVE DATA, APPROXIMATION RATIOS RATES AND PERCENTAGES)

इस अध्याय मे हम सारियकीय विश्लेषण के उपकरणो के रूप मे सख्यात्मक आकडो की परिशुद्धता उपसादन, अनुपात, दर एव प्रतिशत से सम्बन्धित कुछ तत्वो (aspects) का विवेचन करेंगे। इन उपकरणा (tools) की सहायता से सकलित आकडे साख्यिकीय विश्लेषण के लिए अधिक उपयुक्त हो जाते हैं।

आकड़ों की परिशुद्धता (Accuracy of Data)

सख्यात्मक आकडो (Quantitative data) म शत प्रति शत परिशुद्धता सम्भव नही हो सकती। सामाजिक विज्ञानो मे प्राकृतिक विज्ञानो की भाति तथ्यो का माप शुद्ध रूप स नही किया जा सकता क्योकि इन विज्ञाना मे तथ्यो की सत्यता को प्रयोगशाला (Laboratory) म जाँचा नही जा सकता। अत इन विज्ञानो के परिणाम अधिकाश रूप से अनुमाना के आधार पर लगाये जाते हैं। साख्यिकीय भी एक सामाजिक विज्ञान है। इसलिए सकलित आकडो मे पूर्ण परिशुद्धता नही हो सकती। आकडा के सकलन मे यदि हम कितने भी सावधान और सतर्क रह फिर भी अनुसधानकर्ता की अज्ञानता एव लापरवाही तथा साख्यिकीय उपकरणो (Statistical Tools) की अपूर्णता (Imperfection) के कारण विभ्रम (errors) हो जाते हैं। इसलिए साख्यिकी मे परिशुद्धता से अभिप्राय शत प्रति-शत परिशुद्धता नही बल्कि यथोचित सर्वाधिन परिशुद्धता (Reasonable Standard of Accuracy) से होता है। उदाहरण के लिए मनुष्यो की ऊँचाई नापन मे एक सेंटिमीटर के दसवें भाग तक नापना यथोचित परिशुद्धता है पर तु दिल्ली मे आगरा तक की दूरी नापन मे केवल किलोमीटर तक नापना ही यथोचित परिशुद्धता है।

आकडो का उपसादन (Approximation or Rounding off Data)

आँकडा की बडी-बडी सख्या के उपसादन का उद्देश्य यह ह ता है कि जटिल आकडे सरल हो जायें ताकि उन्हें आसानी से समझा जा सके। इस प्रकार उपसादित या छोटे किय गए (Approximated or Rounded off) आकडा न केवल आसानी स समझा जा सकता है बल्कि आर्थिक विश्लेषण के लिए तुलना या गणतीय क्रियाएँ करना भी आसान हो जाता है।

आँकडों के उपसादन की विधियाँ (Methods of Approximation or Rounding Off Data)

आकडो के उपसादन की कुछ सवमान्य विधियाँ निम्नलिखित हैं परन्तु इनमे से प्रथम विधि सबसे अधिक शुद्ध मानी जाती है।

(1) निकटतम पूण सख्या तक उपसादन (Rounding Off or Approximation to the Nearest Whole Number)

इस विधि के अनुसार वास्तविक सख्या के स्थान पर निकटतम पूण सख्या (Nearest Whole Number) लिख दी जाती है। उदाहरण के लिए यदि अका का निकटतम हजार तक उपसादन करना हो तो —6,48,532 को 6,49,000 माना जायगा। (निकटतम 1000 तक उपसादित अक)

और 4,78,320 को 4,78,000 माना जायेगा।

(निकटतम 1000 तक उपसादित अक)

इस विधि मे नियम यह है कि (मान लीजिए) अका का हजार तक उपसादन करना है तो यदि अक हजार के आधे से कम हैं तो छोड दिया जाता है और यदि हजार के आधे से अधिक हैं तो इसको पूण सख्या (Whole number) मान लिया जाता है (यहाँ 1000 पूण सख्या है) अत पहले उदाहरण म 532 क्योकि 1000 के आधे से अधिक है, को 1000 मान लिया गया है और अक उपसादित होकर 6,49,000 बन गया है। दूसरे उदाहरण में अक 320 को छोड दिया गया ह क्योकि यह 1000 के आधे से कम है और उपसादित अक 4,78,000 रह गया है।

प्रतिशतो एव अनुपातो आदि के उपसादन मे भी यही नियम लागू होता है। उदाहणाथ 79 7% को 80% लिखा जा सकता है और 64 3% को 64% लिखा जा सकता है।

(2) वास्तविक सख्या का अगली बडी पूण सख्या तक उपसादन (Rounding Off or approximation to the next higher whole number)

इस विधि मे वास्तविक सख्या (Actual number) को अगली पूण सख्या तक बढा दिया जाता है। उदाहरण—

6,48,532 को 6 49,000 माना जायेगा

(1000 तक उपसादित अक)

और 4,78,320 को 4,79,000 माना जायेगा।

(1000 तक उपसादित अक)

इसी प्रकार 79 7 प्रतिशत को 80 प्रतिशत लिखा जायगा और 64 3 प्रतिशत को 65 प्रतिशत लिखा जायगा।

(3) कुछ अकों को बिलकुल छोडकर उपसादन (Approximation or Rounding off by Dropping Certain figures al ogether)

इस विधि मे परिशुद्धता के यथोचित स्तर को ध्यान मे रखते हुए कुछ अ

को बिल्कुल छोड दिया जाता है। अब प्रश्न यह है कि कौन से अंको को छोडा जाये। यह इस बात पर निर्भर करता है कि गिनतो की परिशुद्धता दहाइयो, सकडो या हजारो तक रखनी है या इससे भी अधिक या कम। मान लीजिए कि हमने परिशुद्धता हजारो तक रखनी है तो सख्या 6,48 532 को 6,48 000 माना जायेगा और सख्या 4,78,320 को 4,78,000 माना जायेगा। इस विधि के अनुसार उपसादित (Approximated or Rounded Off) आकडे अपने वास्तविक मूल्य से सदैव कम होगे।

(4) अको का एक या दो दशमलव स्थानो तक उपसादन (Approximation or Rounding Off Figures upto One or Two Decimal Places)

एक या दो दशमलव तक अकों का उपसादन करने के लिए आधे से कम अक को छोड दिया जाता है और आधे से अधिक अक को एक के बराबर मान लिया जाता है। यदि अक 172 585 का दो दशमलव स्थान तक उपसादन करना है तो उपसादित अक 172 59 होगा। इसी तरह अक 172 223 का उपसादित अक 172 22 होगा। परन्तु यदि इन अको का उपसादन एक दशमलव स्थान तक करना हो तो अक 172 586 का उपसादित अक 172 6 माना जायेगा और अक 172 223 का उपसादित अक 172 2 माना जायेगा।

साख्यिकीय विभ्रम (Statistical Errors)

साख्यिकी में विभ्रम (Error) से अभिप्राय त्रुटि (Mistake) नही होता। यहां विभ्रम से अभिप्राय किसी तथ्य को उसके गलत रूप मे बताने से है। विभ्रम आंकडो की अपर्याप्तता या साख्यिकीय उपकरणो की अपूर्णता आदि के कारण पैदा होती हैं। साख्यिकी म हम प्राय अनुमानित मूल्य (Estimated Value) का प्रयोग करते हैं न कि वास्तविक मूल्य (actual value) का। प्रो० बोडिंगटन (Boddington) के अनुसार वास्तविक मूल्य (actual value) और अनुमानित मूल्य (Estimated value) के अन्तर को विभ्रम कहा जाता है। जब कि त्रुटि (Mistake) से अभिप्राय योग (addition), गुणा (Multiplication) भाग (Division) आदि करने मे होने वाली गलतियो से होता है।

साख्यिकीय विभ्रम के स्रोत (Sources of Statistical Errors)

साख्यिकीय विभ्रम के तीन मुख्य स्रोत हैं

(1) मूल विभ्रम (Errors of Origin)

ये विभ्रम साख्यिकीय इकाईयो की दोषपूर्ण परिभाषा, अनुसन्धानकर्ता द्वारा पक्षपातपूर्ण सूचना, सकलित आकडो की अस्थिरता आदि से पैदा होते हैं।

(2) प्रहस्तन के कारण विभ्रम (Errors of Manipulation)

इस प्रकार के विभ्रम माप माध्यों, अनुपात व प्रतिशत का गलत प्रयोग करने से पैदा होते हैं।

(3) अपर्याप्तता के कारण विभ्रम (Errors of Inadequacy)

इस प्रकार विभ्रम अपर्याप्त या दोषपूर्ण न्यादर्श (Sample) तथा अपूर्ण आकड़ों (incomplete data) के कारण उत्पन्न होते हैं।

साख्यिकीय विभ्रम के प्रकार (Kinds of Statistical Errors)

साख्यिकीय विभ्रमो के मुख्य प्रकार निम्नलिखित हैं

(1) निदर्शन विभ्रम (Sampling Errors)
(2) गैर निदर्शन (Non Sampling Errors)
(3) पक्षपातपूर्ण विभ्रम (Biased Errors)
(4) पक्षपातहीन विभ्रम (Unbiased Errors)

1 निदर्शन विभ्रम (Sampling Errors)

समग्र म से न्यादर्श का चुनाव करते समय प्राय कोई न कोई कमी रह जाती है जिससे न्यादर्श समग्र (Universe) की सभी विशेषताओ को व्यक्त नहीं करता अर्थात वह उसका पूर्णतया प्रतिनिधित्व नहीं करता और इसके कारण विभ्रम पैदा हो जाते हैं। दूसरे सर्वेक्षण के दौरान म अनुसधानकर्ता द्वारा सकलित आकड़ो पर उसके पक्षपात की भावना का प्रभाव पड़ता रहता है। इसके कारण भी विभ्रम पैदा हो जाते हैं। इस प्रकार के विभ्रमो को निदर्शन विभ्रम कहा जाता है।

2 गैर निदर्शन विभ्रम (Non Sampling Errors)

गैर निदर्शन विभ्रम वे विभ्रम होते हैं जो कि न्यादर्श के चुनाव के कारण पैदा नहीं होते बल्कि गलत मापक यन्त्रो एव उपकरणो के प्रयोग तथा अशिक्षित अनुसन्धानकर्ताओ अथवा गणको द्वारा गलत साख्यिकीय रीतियो को अपनाने के कारण पैदा होते हैं। आकड़ो के उपसादन (Rounding Off Data) के कारण भी ऐसे विभ्रम पैदा हो जाते हैं।

3 पक्षपातपूर्ण विभ्रम (Biased Errors)

इस प्रकार के विभ्रम अनुसन्धानकर्ताओ या गणको की पक्षपातपूर्ण भावना या माप की इकाइयो के दोषपूर्ण प्रयोग के कारण पैदा होते हैं। ये विभ्रम सचयी Cumulative) होते हैं और इकाइयो की सख्या मे बढ़ने के साथ बढते जाते हैं।

4 पक्षपातहीन (Un biased Errors)

इस प्रकार के विभ्रम केवल सयोगवश (Just by Chance) पैदा हो जाते हैं न कि किसी पक्षपात आदि के कारण। उदाहरण के लिए यदि अंकों का उपसादन निकटतम पूर्ण सख्या तक किया जाये तो कुछ अक अपने वास्तविक मूल्य से कम हो जायेंगे और कुछ अधिक। इस कारण से पैदा होने वाले विभ्रमों को पक्षपातहीन विभ्रम कहा जाता है।

सांख्यिकीय विभ्रमों का मापन (*Measures of Statistical Errors*)

विभ्रमों का मापन दो प्रकार से किया जा सकता है

(क) निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) और

(ख) सापेक्ष विभ्रम (Relative Error)

(क) निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)

निरपेक्ष विभ्रम वास्तविक मूल्य तथा अनुमानित मूल्य के अन्तर को कहते है। उदाहरण के लिए यदि एक फर्म की बिक्री की वास्तविक संख्या 19,800 रुपए हो, और अनुमानित संख्या 20 000 रुपए हो, तो निरपेक्ष विभ्रम 200 रुपये होगा।

निरपेक्ष विभ्रम साकारात्मक (Positive) या नाकारात्मक (Negative) हो सकते हैं। यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से अधिक होगा तो निरपेक्ष विभ्रम साकारात्मक (Positive) होगा और यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से कम है तो निरपेक्ष विभ्रम नाकारात्मक (Negative) होगा।

(ख) सापेक्ष विभ्रम (Relative Error)

सापेक्ष विभ्रम निरपेक्ष विभ्रम का वास्तविक मूल्य से अनुपात है। उपरोक्त उदाहरण मे

$$\text{सापेक्ष विभ्रम} = \frac{200 \text{ रु०}}{20\,000}$$

$$= 0\,01$$

सूत्र के रूप मे

$$\text{सापेक्ष विभ्रम} = \frac{\text{वास्तविक मूल्य} - \text{अनुमानित मूल्य}}{\text{अनुमानित मूल्य}}$$

अथवा $$R\ E = \frac{A - E}{E}$$

जहाँ R E = सापेक्ष विभ्रम (Relative Error)

A = वास्तविक मूल्य (Acrual Value)

E = अनुमानित मूल्य (Estimated Value)

सापेक्ष विभ्रम भी निरपेक्ष विभ्रम की तरह साकारात्मक (Positive) नाकारात्मक हो सकते हैं। जब वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से अधिक तो सापेक्ष विभ्रम साकारात्मक होगा और यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित कम होगा तो सापेक्ष विभ्रम नाकारात्मक होगा।

सापेक्ष विभ्रम को प्रतिशत के रूप मे भी व्यक्त किया जा सकता है।
उपरोक्त उदाहरण में प्रतिशत विभ्रम

$$= \frac{200}{20,000} \times 100$$

$$= 1\%$$

अनुपात (Ratios)

आकड़े अपने आप कुछ नही बताते। आँकड़ों के द्वारा वांछित निष्कर्ष प्राप्त करने के लिए उनका विश्लेषण और तुलना करनी होती हैं। सांख्यिकी मे अनुपात (Ratios) के द्वारा एक तथ्य की तुलना दूसरे तथ्य से आसानी से की जा सकती है। सांख्यिकी मे अनुपातों का अधिक प्रयोग किया जाता है जैसे पूजी उत्पत्ति अनुपात, पूजी श्रम अनुपात, स्त्री पुरुष अनपात आदि। अनुपात एक भागफल है जो एक राशि को दूसरी राशि से भाग देने से प्राप्त होता है। उदाहरण—मान लीजिए कि एक उद्योग में नियोजित पूजी की मात्रा 37 5 करोड रुपये है और उसके द्वारा वर्ष भर मे 25 करोड रुपये के मूल्य का उत्पादन हुआ हो तो—

$$\text{पूजी उत्पत्ति अनुपात} = \frac{37\ 5\ (\text{करोड रुपये})}{25\ (\text{करोड रुपये})}$$

$$= 1\ \ 1\ 50$$

एक और उदाहरण को देखिए। मान लीजिए कि "क" देश मे प्रति वर्ष गेहूँ का उत्पादन 40, 000 टन होता है और "ख" देश में 200,000 टन। अत हम कह सकते हैं कि "क" और "ख" देशो मे गेहूँ का अनुपात 40,000 20 000 अथवा 2 1 है। इस प्रकार अनुपात दो संख्याओ मे सापेक्षिक तुलना करने के लिए एक सब से सरल उपकरण है।

प्रतिशत (Percentage)

प्रतिशत से अभिप्राय "प्रति सौ", "सौ में" या "सौवाँ" होता है। प्रतिशत के आधार से अनुपात या समानुपात को समझना और तुलना करना आसान हो जाता है क्योंकि तुलना का आधार समान हो जाता है। उदाहरण के लिए प्रतिशत के आधार पर केरल की जनसख्या म स्त्रियो का भाग 50 4 प्रतिशत है जबकि पजाब में यह 46 4 प्रतिशत है। इस प्रकार प्रतिशत के आधार पर दो राज्यो मे जनसख्या में स्त्रियो की सख्या जानना आसमान हो गया है। स्पष्ट है कि केरल की जनसख्या मे पुरुषों की अपेक्षा स्त्रियाँ का अनुपात अधिक है।

प्रतिशत के आधार के बिना अनुपातो को समझना तथा उनकी तुलना करना बहुत कठिन होता है। उदाहरण के लिए केरल और पजाब की जनसख्या में स्त्रियो का अनुपात क्रमश $\frac{10,759\ 524}{21\ 347,375}$ और $\frac{6\ 284,545}{13,551\ 000}$ है।

स्त्रियों का अनुपात स्त्रियो का अनुपात इन अनुपातो को समझना और इनकी तु

करना कठिन है परन्तु जब इन अनुपातों को प्रतिशत के आधार पर दिया जाये तो परिणाम इस प्रकार होंगे

केरल की जनसख्या मे स्त्रियों का भाग $= \frac{10,759,524}{21,347,375} \times 100$

$= 50.4$ प्रतिशत

पंजाब की जनसख्या म स्त्रियो का भाग $= \frac{6,284,545}{13,551,060} \times 200$

$= 46.4$ प्रतिशत

इस प्रकार हम देखते हैं कि अनुपातो को जब प्रतिशत के आधार पर व्यक्त किया जाता है तो वे आसानी से समझे जा सकते हैं ।

दर (Rates)

दो चरो (Magnitudes) के बीच कालिक अनुपात (Ratio shown over period of time) को दर या परिवतन की दर (Rate of Change) कहा जाता है। दर एक विशेष प्रकार का अनुपात है जो एक निश्चित समय की अवधि में (Over a period of time) परिवतन की दर का मापती है।

सांकेतिक रूप से

$$\text{प्रतिशत परिवतन की दर} = \frac{f_1 - f_0}{f_0} \times 100$$

जहाँ f_1=परिवर्तित मूल्य (Changed Value)

f_0=वास्तविक मूल्य (Original Value)

यदि परिणाम साकारात्मक (Positive) होगा तो प्रतिशत परिवतन की दर भी साकारात्मक होगी और यदि परिणाम नकारात्मक (Negative) होगा तो प्रतिशत परिवतन की दर भी नाकारात्मक होगी ।

उदाहरणाम यदि एक कार की वास्तविक गति 60 किलोमीटर प्रति घण्टा हो और तत्पश्चात इसको बढाकर 75 किलोमीटर कर दी गई हो तो प्रतिशत परिवतन का दर (उपरोक्त सूत्र के अनुसार) इस प्रकार होगा

$$\text{प्रतिशत परिवतन की दर} = \frac{f_1 - f_0}{f_0} \times 100$$

$$= \frac{75 - 60}{60} \times 100$$

$$= 25\%$$

अनुपात के प्रयोग मे सावधानियाँ (Precautions in the Use of Ratios)

जब अनुपात को प्रतिशत मे व्यक्त किया जाता है तो सम्भवत इसका दुरुपयोग हो सकता है। अत अनुपात का प्रतिशत में प्रयोग करते समय निम्नलिखित बातो का ध्यान रखना चाहिए।

(1) तुलना का आधार (The Base to be Compared)

तुलना का आधार बहुत छोटा नही होना चाहिए । उदाहरण—मान लीजिए कि एक स्कूल के 5 विद्यार्थी एक परीक्षा म बैठे और 2 विद्यार्थियो ने श्रेष्ठता (Distinction) प्राप्त की । अब स्कूल यह कहेगा कि उसके 40 प्रतिशत विद्यार्थिया ने श्रेष्ठता प्राप्त की । इस प्रकार के आंकडा मे किसी भी व्यक्ति को उस स्कूल की काय कुशलता के बारे मे भ्रम हो सकता है । वास्तविक बात तो यह है कि केवल 5 विद्यार्थी ही परीक्षा मे बठे थे । इस उदाहरण म तुलना का आधार बहुत छोटा है ।

(2) तुलना का परिमाण (The Magnitude to be Compared)

तुलना का परिमाण या दर बहुत छोटा नही होना चाहिए क्योकि ऐसा होने से भी परिणाम गलत समझे जा सकते हैं । उदाहरण—मान लीजिए कि समाचार पत्र मे लिखा है कि अमुक राज्य मे 0010 प्रतिशत जनसख्या बीमारी से मर गई । यह कथन भी वास्तविक स्थिति का ज्ञान नही कराता । लगता है कि बहुत लोग मर गए परन्तु वास्तविक बात तो यह है कि उस राज्य मे बीमारी से प्रत्येक एक लाख व्यक्तियो के पीछे एक व्यक्ति बीमारी से मरा है ।

अभ्यास के लिए प्रश्न
(EXERCISES)

1 आंकडो के उपसादन की मुख्य विधियो का उदाहरणा सहित लिखिए ।

2 निम्नलिखित अका का उपसादन उनके सामने लिखे हुए निकटतम मूल्य तक कीजिए

वास्तविक अक	निकटतम मूल्य तक उपसादन
2,295 595 रुपये	हजार रुपये
8,917,650 रुपये	लाख रुपए
6 153,270 व्यक्ति	हजार व्यक्ति
143,378	सौ रुपए

3 अन्तर स्पष्ट कीजिए

(क) निरपेक्ष तथा सापेक्ष विभ्रम और

(ख) पक्षपातपूर्ण और पक्षपात हीन विभ्रम

4 सांख्यिकी मे परिशुद्धता का विवेचन कीजिए ।

5 निदशन सम्बन्धी तथा गैर-निदशन सम्बन्धी विभ्रमो म अन्तर स्पष्ट कीजिए ।

6 टिप्पणियाँ लिखिए

(क) अनुपात, (ख) प्रतिशत, और (ग) दर ।

7 "किसी निदर्श सर्वेक्षण मे विभ्रम के अनेक स्रोत होते हैं। एक पूर्ण सर्वेक्षण तो केवल कल्पना मात्र ही है।" इस कथन की समीक्षा कीजिए।

8 साख्यिकीय विभ्रम से आप क्या समझते हैं ? सचयी तथा पूरक विभ्रमो मे अन्तर स्पष्ट कीजिए तथा उनके कारणो पर प्रकाश डालिए।

9 साख्यिकीय विभ्रम तथा त्रुटि मे अन्तर स्पष्ट कीजिए। साख्यिकीय विभ्रमो को किस प्रकार मापा जा सकता है ?

10 उपसादन क्या होता है ? इसके क्या उद्देश्य हैं ? उपसादन की मुख्य विधियो का विस्तारपूर्वक लिखिए तथा उनकी उपयोगिता बताइये।



खण्ड 4 (UNIT-4)

आकड़ो का संक्षिप्तीकरण

(CONDENSATION OF DATA)

अध्याय 9

केन्द्रीय प्रवृत्तियो के माप

(MEASURES OF CENTRAL TENDENCY)

"केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप' अन्य सांख्यिकीय मापो से तुलना मे अधिक महत्व रखते है क्योकि य चलो (Variables) के एक समूह को एक सरल और संक्षिप्त ढग से निरूपित करते ह। केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप को माध्य (औसत) भी कहा जाता है। माध्य एक वितरण या श्रेणी का प्रतिनिधि त्मक होता है। माध्य साधारणत वितरण या समूह के मध्य भागो मे होते हैं। केन्द्रीय प्रवत्ति के माप या माध्य का सांख्यिक विश्लेषण मे इतना महत्व है कि सांख्यिकी को औसतो का विज्ञान (Science of Averages) कहा जाता है

औसतो के उद्देश्य (Objectives of Averages)

औसतो के निम्नलिखित उद्देश्य हैं

1 आंकडों के विशाल समूह को सरल और संक्षिप्त करना (To give a concise picture of hugeness of data)

आकडो का विशाल समूह आसानी से नहीं समझा जा सकता। औसतो के द्वारा ये आकडे सरल और संक्षिप्त हो जाते हैं और आसानी से समझे जा सकते हैं। उदाहरण के लिए भारत के 62 करोड व्यक्तियो मे से प्रत्येक व्यक्ति की आय को याद रखना सम्भव नही किन्तु प्रति व्यक्ति आय (अथवा औसत आय) को याद रखना बहुत आसान है। इसी प्रकार एक श्रेणी के 40 विद्यार्थियो मे से प्रत्येक विद्यार्थी का वजन याद नही रखा जा सकता परन्तु श्रेणी के विद्यार्थियो का औसत भार (Average weight) आसानी से याद रखा जा सकता है। अत औसतें (Averages) सांख्यिकीय तथ्यो के अनावश्यक विवरण को हटा कर आकडो को संक्षिप्त और स्पष्ट रूप मे प्रस्तुत करती हैं।

2 सांख्यिकीय तथ्यों को तुलना के लिए आधार बनाना (To afford a basis of comparison with other groups)

औसतें सांख्यिकीय तथ्यो को तुलना के लिए आधार बनाती हैं और इस प्रकार ये तुलना करने तथा विश्लेषण करने के काय को सुगम बनाती हैं। उदाहरण के लिए दो विभिन्न देशो मे सभी व्यक्तियो की आय की तुलना करना सम्भव नहीं परन्तु जब प्रत्येक देश मे रहने वाले व्यक्तियो की औसत आय की गणना कर ली जाती है तो इन देशो की औसत आय की तुलना आसानी से की जा सकती है।

औसतो के प्रकार (Types of Averages)

केन्द्रीय प्रवृत्तिया या औसतो के अनेक प्रकार हैं जिनमे से मुख्य निम्नलिखित हैं

(1) समान्तर माध्य या समान्तर औसत या माध्य (Arithmetic Mean or Arithmetic Average or Mean)

(2) मध्यका तथा विभाजन मूल्य (The Median and Partition values)

(3) भूयिष्ठक (The Mode)

(1) समान्तर माध्य या माध्य (Arithmetic Average)

मोटे तौर पर समस्त मदो का जोड कर और योगफल को मदो की संख्या से भाग करके समान्तर माध्य प्राप्त करते हैं। उदाहरण के लिए 6, 8, 4, 14 मदो का

$$\text{माध्य} = \frac{6+8+4+14}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

सांकेतिक रूप से यदि N के मूल्य x_1 x_2 x_3 x_4, x_n हैं तो

$$\overline{X} = \frac{x_1+x_2+x_3 \quad +x_n}{N}$$

$$= \frac{\Sigma x}{N}$$

जहा $\overline{X}$ = समान्तर माध्य

x = व्यक्तिगत अवलोकन या मद

Σx = विभिन्न मदो या अवलोकनो के मूल्यो का योग

N = मदो की संख्या

x_1, x_2 x_3 x_n = मद X के विभिन्न मूल्य

समान्तर माध्य के लाभ (Merits of Arithmetic Mean)

1 इसका परिकलन करना बहुत आसान है और यह आसानी से समझा जा सकता है।

हल—

प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

इस विधि के अन्तगत समान्तर माध्य की गणना के लिए निम्नलिखित पदा को ध्यान म रखिय ।

गणना के पद (Steps of Calculation)

1 प्रत्यक मद या अवलोकन को 'x' का नाम दीजिए और उसे एक कालम मे लिखत जाइए ।

2 सभी मदा या अवलोकना के मूल्यो का योग कीजिए और उसे Σx का नाम दीजिए ।

3 मदा की कुल सख्या को N से सम्बोधित कीजिए ।

4 Σx को N से भाग देकर समान्तर माध्य को ज्ञात कीजिए । सूत्र इस प्रकार है—

$$\bar{X}=\frac{\Sigma x}{N}$$

जहाँ $\bar{X}$=समान्तर माध्य

Σx=मदो के मूल्यो का योग

N=मदो की सख्या

रोल नम्बर	अक 'x'
1	80
2	65
3	82
4	67
5	96
6	52
7	92
8	33
9	92
10	31
N=10	Σx=690

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x}{N}=\frac{690}{10}$$

=69 अक उत्तर

2 श्रेणी के किसी मद या मूल्य को कल्पित समान्तर मान लिया जाता है।

3 इस कल्पित समान्तर माध्य को श्रेणी के प्रत्येक मद में से घटा कर उसके सामने इस विचलन को लिख दें। इसको d कहा जाता है। परन्तु घटाते समय (+) या (—) चिह्नों को ध्यान में रखना चाहिए। उदाहरण के लिए यदि कल्पित समान्तर माध्य श्रेणी में किसी मूल्य से अधिक है तो विचलन d' (—) में होगा और यदि यह कम है तो विचलन (+) में होगा।

4 तत्पश्चात (+) व (—) का ध्यान रखते हुए विचलनों (*Deviations*) का जोड़ कर लीजिए और उसे Σd कहिए।

5 सूत्र को अपनाइए और समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल—

मजदूरों की संख्या	साप्ताहिक मजदूरी रुपयों में (x)	कल्पित समान्तर माध्य=20 से विचलन (d)
1	9	— 11
2	12	— 8
3	8	— 12
4	15	— 5
5	21	+ 1
6	28	+ 8
7	25	+ 5
8	16	— 4
9	14	— 6
10	22	+ 2
11	24	+ 4
12	18	— 2
13	20	0
14	26	+ 6
15	30	+ 10
N=15		Σd=—12

अब सूत्र को अपनाइए

$$\bar{x}=a \pm \frac{\Sigma d}{N} = 20-\frac{12}{15}$$

$$= 20 - \frac{4}{5} = \frac{96}{5}$$

$= 19\ 20$ रुपये उत्तर

विछिन्न श्रेणी या सामूहिक आकड़ों की अवस्था में समान्तर माध्य गणना (Calculation of Arithmetic Mean of Discrete Series or Organised Data)

विच्छिन्न श्रेणी (Series) अथवा सामूहिक आकड़ो की अवस्था म मदो के साथ आवृत्तियाँ (Frequencies) भी होती है। अत प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) के अनुसार समान्तर माध्य ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

सूत्र $\quad \bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

यहाँ f = विचल की आवृत्ति

Σfx = विचलो और उनकी आवृत्तियों के गुणनफल का योग

Σf = कुल आवृत्तियो का योग

उदाहरण 3—निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से प्रत्यक्ष विधि द्वारा माध्य की गणना कीजिए।

अक	70	58	60	52	65	75	68
विद्यार्थियों की स०	3	5	4	7	6	2	3

हल—

प्रत्यक्ष विधि द्वारा (*Direct Method*)

अक	विद्यार्थियों की सख्या	विचलों और आवृत्तियों का गुणनफल
(x)	(f)	(fx)
70	3	210
58	5	290
60	4	240
52	7	364
65	6	390
75	2	150
68	3	204
	$\Sigma f = 30$	$\Sigma fx = 1848$

अब सूत्र को अपनाइए

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{1848}{30} = \frac{616}{10}$$

$= 61.6$ अंक   उत्तर

लघु विधि या अप्रत्यक्ष विधि (Short cut Method or Indirect Method)

इस विधि द्वारा समान्तर माध्य को ज्ञात करने का सूत्र इस प्रकार है

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

जहाँ a = कल्पित समान्तर माध्य

Σfd = आवृत्तियों और मदों विचलनों (Deviations) के गुणनफल का योग

Σf = कुल आवृत्तियों का जोड़

गणना के पद (Steps of Calculations)

1 अंकों को x व विद्यार्थियों की संख्या को आवृत्तियाँ (f) मानिए।

2 कल्पित समान्तर माध्य को प्रत्येक मद (x कालम) में से घटाइए और विचलनों (Deviations) को d कहिए और (+) व (—) चिन्हों का ध्यान करके लिखते जाइए। यहाँ हमारी कल्पित समान्तर माध्य 60 है।

3 प्रत्येक मद की आवृत्ति (f कालम) और विचलन (d कालम) को गुणा करके fd कालम में लिखिए। फिर इनका कुल योग करके Σfd प्राप्त कीजिए।

4 ऊपर बताये गए सूत्र का प्रयोग करके समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

अंक (x)	विद्यार्थियों की संख्या (f)	कल्पित समान्तर (60) माध्य से विचलन (x-a) (d)	आवृत्ति और विचलनों का गुणनफल (fd)
70	3	+10	+30
58	5	— 2	—10
60	4	0	0
52	7	—8	—56
65	6	+ 5	+30
75	2	+15	+30
68	3	+ 8	+24
	$\Sigma f = 30$		$\Sigma fd = +48$

अब सूत्र को अपनाइए—

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

$$=60+\frac{48}{30}$$

$$=60+\frac{24}{15}=60+1\ 6=61\ 6$$

अत समान्तर माध्य $=61\ 6$ अक उत्तर

पद विचलन विधि
(Step Deviation Method)

उदाहरण 4—निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से पद विचलन विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

अक	10	15	20	25	30
विद्यार्थियो की सख्या	2	4	6	8	10

हल—इस विधि के द्वारा समान्तर माध्य को ज्ञात करने का सूत्र इस प्रकार है

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\times c$$

जहा c=समापवतक (Common factor)

गणना के पद (Steps of Calculation)

1 मदो को 'x' कालम मे और उनकी आवृत्तियो को 'f' कालम में लिखिए।

2 किसी मद को कल्पित समान्तर माध्य (यहा हमने कल्पित माध्य 20 ली है) मानकर x से विचलन (Deviation) लीजिए और उसे 'd' कहिये।

3 'd' को समापवतक (Common factor) 'c' से भाग कीजिए और 'd' नाम दीजिए। यह पद विचलन है। यहाँ c' 5 के बराबर है।

4 आवृत्ति (f) और पद विचलन (d) का गुणनफल लेकर लिखते जाइए और उसे (fd) का नाम दीजिए।

5 अन्त मे सूत्र अपनाकर समान्तर माध्य को ज्ञात कीजिए।

उदाहरण का हल

अंक	विद्यार्थियों की संख्या	कल्पित स० मध्य से विचलन	पद विचलन	कुल विचलन
(x)	(f)	(d)	(d')	(f×d'=fd')
10	2	—10	—2	—4
15	4	— 5	—1	—4
20	6	0	0	0
25	8	+ 5	1	8
30	10	+10	2	20
	Σf=30			Σfd'=20

अब सूत्र को अपनाइए

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\times c$$

$$=20+\frac{20}{30}\times 5$$

$$=20+\frac{10}{3}=23\ 3 \text{ अंक}$$

$$=23\ 3 \text{ अंक उत्तर}$$

अविच्छिन्न या वर्गान्तर श्रृंखला की अवस्था मे समान्तर माध्य ज्ञात करना :
(Calculation of Arithmetic Mean in Continuous Series) -

वर्गान्तर श्रृंखला म माध्य के परिगणन (Calculation) में अन्तर केवल यह है कि इसमे वर्गान्तर (Class intervals) मध्य मूल्य (Mid-Values) को ज्ञात करके उनको x' माना जाता है। गणना के शेष पद विच्छिन्न श्रृंखला की भांति ही है।

उदाहरण 5—निम्न आंकडों से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

अंक	0 10	10 20	20-30	30 40	40 50
विद्यार्थियो की संख्या	5	10	40	20	25

हल

अक वर्गान्तर	मध्य मूल्य (x)	विद्यार्थियो की सख्या (f)	(fx)
0-10	5	5	25
10-20	15	10	150
20 30	25	40	1000
30-40	35	20	700
40-50	45	25	1125
		$\Sigma f=100$	$\Sigma fx=3000$

अब सूत्र को अपनाइए

$$\bar{X}=\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}=\frac{3000}{100}=30 \text{ अक}$$

उदाहरण 6—उपरोक्त उदाहरण 6 मे दिये आंकडो से लघु विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

लघु विधि द्वारा गणना (Calculation by Short cut Method)

इस विधि द्वारा समान्तर माध्य को ज्ञात करने के लिए सूत्र निम्नलिखित हैं

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

जहाँ a=कल्पित समान्तर माध्य

Σfd=आवृत्तिया और सगत विचलनों के गुणनफल का योग

Σf=कुल आवृत्तियो का योग

गणना के पद (Steps for Calculation)

1 वर्गान्तरो के मध्य मूल्य लीजिए और उनको x' तथा विद्यार्थियो की सख्या को f' मानिए।

2 किसी भी मध्य मूल्य (x) को कल्पित समान्तर मान लीजिए।

3 कल्पित समान्तर माध्य को (x) मदो से घटाइये और विचलन को 'd' कहिए। जैसे x—a=d

लिखते समय इनके आगे (+) या (—) के चिह्नो को पूरा ध्यान दीजिए।

4 प्रत्येक मद की आवृत्ति और विचलन को गुणा करके 'fd' वाले कालम मे लिखते जाइये। इनके गुणनफल के योग को Σfd कहेंगे।

5 आवृत्तियों को जोडकर Σf प्राप्त कीजिए।

6 सूत्र का अपना कर समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

उदाहरण 7 —लघु विधि द्वारा निम्न आंकडो से समांतर माध्य ज्ञात कीजिए

अंक	0 10	10-20	20 30	30-40	40 50
विद्यार्थियो की सख्या	5	10	40	20	25

हल इस प्रश्न को हल करने के लिए ऊपर दिये गय गणना के पदो की सहायता लिजिए जैसा कि नीचे हल करके दिखाया गया है।

अंक वर्गांतर	मध्य मूल्य (x)	कल्पित समांतर माध्य 25 से विचलन (x–a) (d)	विद्यार्थियों की सख्या (f)	कुल विचलन (fd)
0–10	5	— 20	5	— 100
10–20	15	— 10	10	100
20–30	25	0	40	0
30–40	35	10	20	200
40–50	45	20	25	500
			$\Sigma f=100$	$\Sigma fd=500$

अब सूत्र को अपनाइए

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

$$=25+\frac{500}{100}=25+5=30$$

$=30$ अंक उत्तर

पद विचलन विधि (Step Deviation Method)

इस विधि के द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात करने के लिए गणना के पद लघु विधि की भांति ही हैं

परन्तु यहां $d'=\frac{x-a}{i}$

और $i=$वर्ग विस्तार

समान्तर माध्य ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है

$$\bar{X} = a \pm \frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}$$

जहां (पद विचलन) $d' = \frac{x-a}{i}$

उदाहरण 7 का पद विचलन विधि द्वारा हल

अंक वर्गान्तर	मध्य मूल्य (x)	विद्यार्थियों की संख्या (f)	विचलन कल्पित माध्य $d = x - A$, $A = 25$ (d)	पद विचलन कल्पित स० म० $= 25$ $\frac{x-a}{i}$ (d')	कुल विचलन fd'
0–10	5	5	−20	−2	−10
10–20	15	10	−10	−1	−10
20–30	25	40	0	0	0
30–40	35	20	+10	1	20
40–50	45	25	+20	2	50
		$\Sigma f = 100$			$\Sigma fd' = 50$

अब सूत्र अपनाइये

$$\bar{X} = a \pm \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times 1$$

$$= 25 + \frac{50}{100} \times 10$$

$$= 25 + 5 = 30 \text{ अंक उत्तर}$$

संचयी आवृत्तियों से समान्तर माध्य का परिकलन (Calculation of arithmetic mean when cumulative frequencies are given)

उदाहरण 8 सांख्यिकी के परीक्षण में 90 विद्यार्थियों ने निम्नलिखित अंक प्राप्त किये। समान्तर माध्य की गणना कीजिए।

अंक इतने से अधिक	0	10	20	30	40	50	60
छात्रों की संख्या	90	86	76	56	21	6	0

हल

गणना के पद (Steps for Calculation)

1 ऊपर दिए गए वितरण में अकों की आवृत्तिया सचयी रूप मे दी गई हैं अत सबसे पहले इन्हें सामान्य वर्गान्तर शृखला में बदल लीजिए।

2 इस वितरण मे 0 अको से अधिक प्राप्त करने वाले विद्यार्थी 90 हैं किन्तु 10 अक से अधिक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियो की सख्या 86 है। इसलिए 0 10 अक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियो की सख्या 4 है। इसी प्रकार 10-20 अक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियो की सख्या 10 होगी। इस प्रकार हम एक साधारण आवृत्ति वितरण बना लेते हैं जैसा कि नीचे बना कर दिखाया गया है।

अक	विद्यार्थियो की सख्या
0 10	4
10-20	10
20-30	20
30-40	35
40 50	15
50-60	6

3 अब उपरोक्त वितरण का उदाहरण 9 की भांति हल कीजिए जैसा कि नीचे हल किया गया है।

अक	मध्य मूल्य (x)	विद्यार्थियों की सख्या (f)	(कल्पित समान्तर माध्य=35) (d)	पद विचलन (d')	कुल विचलन (fd')
0 10	5	4	−30	−3	−12
10-20	15	10	−20	−2	−20
20-30	25	20	−10	−1	−20
30-40	35	35	0	0	0
40-50	45	15	+10	+1	[illegible]
50-60	55	6	+20	+2	[illegible]
		$\Sigma f=90$			Σ[illegible]

अब सूत्र अपनाइये

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\times i$$

$$=35-\frac{25}{90}\times 10$$

$$=35-\frac{25}{9}=35-2\ 8$$

$$=32\ 2 \text{ अंक उत्तर}$$

विवृतमुखी श्रृंखला में समान्तर माध्य की गणना (Calculation of Arithmetic mean in Open end Series)

विवृतमुखी श्रृंखला (Open end Series) वह श्रृंखला होती है जिसमे प्रथम वर्ग की निम्न सीमा (Lower Limit) और अंतिम वर्ग की उच्च सीमा नही दी हुई होती।

उदाहरण 9 निम्न आँकडो से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए—

मासिक आय रु० मे	पुरुषो की सख्या
50 से कम	35
50 60	24
60 70	21
70 80	18
80 90	6
90 से अधिक	3

हल—

विवृतमुखी श्रृंखला मे हम देखते हैं कि पहले और अंतिम वर्ग को छोड कर अन्य सभी वर्गों मे अन्तर बराबर दिया गया है। यह अतर 10 का है। इससे हम यह मान लेते है कि जब अन्य सभी वर्गों का अतर 10 है तो पहले और अंतिम वर्ग का अन्तर भी 10 होगा। अत इस मान्यता के आधार पर हमारा वितरण अब इस प्रकार होगा

मासिक आय (रु० मे)	पुरुषो की सख्या
40 50	35
50- 60	24
60- 70	21
70 80	18
80 90	6
90-100	3

अब उपरोक्त वितरण से समान्तर माध्य की गणना उदाहरण 9 के अनुसार हो सकती है। जैसे—

मासिक आय रु० में वर्गान्तर	मध्य मूल्य (x)	पुरुषों की संख्या (f)	कल्पित समान्तर=65 (d)	पद विचलन d'	कुल विचलन fd'
40- 50	45	35	—20	—2	—70
50- 60	55	24	—10	—1	—24
60- 70	65	21	0	0	0
70- 80	75	18	+10	+1	+18
80- 90	85	6	+20	+2	+12
90-100	95	3	+30	+3	+ 9
		$\Sigma f=107$			$\Sigma fd'=-55$

अब सूत्र लगाइए

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\times i$$

$$=65-\frac{55}{107}\times 10=65-5\ 14$$

$$=59\ 86$$ उत्तर

भारित समान्तर माध्य (Weighted Arithmetic Mean)

सरल समान्तर माध्य की गणना करते समय सभी मदो या वस्तुओ को एक-सा महत्व दिया जाता है परन्तु वास्तविक जीवन मे हम सभी मदो को एक सा महत्व नही देते। कुछ मदें जो अधिक आवश्यक समझी जाती हैं उन्हें अधिक महत्व या भार (weight) दिया जाता है और शेष को कम भार दिया जाता है। इस प्रकार जब मदो का भार एक-सा नही होता तो प्रत्येक मद को उसके सापेक्षिक भार से जोड दिया जाता है। अत भारित माध्य की गणना करते समय प्रत्येक मद को इसके सापेक्षिक भार से गुणा कर दिया जाता है। इन गुणनफलो का योग कर लिया जाता है। इस योग को भारो की कुल सख्या से भाग दे दिया जाता है। उदाहरण के लिए मान लीजिए कि

$X_1,\ X_2\ \ X_3\ \ \ X_n$ मदो की सख्या है और

$W_1\ \ W_2,\ W_3\ \ \ W_n$ उनके सापेक्षिक भार हैं तब

भारित माध्य (Weighted Mean) or

$$\bar{X}_w = \frac{X_1W_1 + X_2W_2 + X_3W_3 \quad + X_nW_n}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \quad + W_n}$$

$$= \frac{\Sigma XW}{\Sigma W}$$

जहां $\bar{X}_w$ = भारित माध्य

Σwx = चलो और उनके भारो (W) के गुणनफलो का योग

ΣW = भारो का योग

उदाहरण 10 — एक परीक्षा मे एक विद्यार्थी ने 100 मे से निम्नलिखित अक प्राप्त किये

अग्रेजी 55, गणित 70, भौतिक 65 और रसायन शास्त्र 55। यदि विषयो के लिए क्रमश भार 2 3, 2 1 नियत किए गये हो तो भारित समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल—

गणना के पद (Steps of Calculation)

1 अको को 'x' और भारो को (w) मान लीजिए।

2 अको (x) और भारो (w) को गुणा कर लीजिए और इनके गुणनफलो के योग को Σxw कहिए।

3 भारो का योग कीजिए और उसे Σw कहिए।

4 उपरोक्त सूत्र को अपनाइये और भारित समान्तर माध्य को ज्ञात कीजिए।

विषय	अक (x)	भार (w)	गुणनफल (xw)
अग्रेजी	55	2	110
गणित	70	3	210
भौतिक	65	2	130
रसायन शास्त्र	60	1	60
		$\Sigma w = 8$	$\Sigma xw = 510$

सूत्र $\bar{X}_w = \frac{\Sigma xw}{\Sigma w} = \frac{510}{8} = 63\ 75$ अक उत्तर

12 अशोक ने दिल्ली बोर्ड की परीक्षा मे निम्नलिखित अक प्राप्त किये

अग्रेजी मे 50 प्रतिशत, गणित म 75 प्रतिशत, हिन्दी मे 60 प्रतिशत, भौतिकी मे 70 प्रतिशत और रसायन शास्त्र म 65 प्रतिशत। यदि विषयो को कमश 1 2, 1 3, 3 भार दिये गए हो तो भारित समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल—

विषय	अक (x)	भार (w)	गुणनफल (xw)
अग्रेजी	50	1	50
गणित	75	2	150
हिन्दी	60	1	60
भौतिकी	70	3	210
रसायन शास्त्र	65	3	195
		$\Sigma w=10$	$\Sigma xw=665$

सूत्र को अपनाइए

$$\bar{X}w=\frac{\Sigma xw}{\Sigma w}=\frac{665}{10}=66\ 5$$ अक उत्तर

भारित समान्तर माध्य के प्रयोग (Uses of Weighted Arithmetic Mean)

भारित समान्तर माध्य के निम्नलिखित विशेष प्रयोग है

1 भारित समान्तर माध्य सूचकाक (Index numbers) बनाने मे प्रयोग किया जाता है।

2 यह दो या दो से अधिक बोर्डो या विश्वविद्यालयो के परिणामो की तुलना करने मे प्रयोग होता है।

3 यह सामान्य (General) तथा प्रमाणित (Standardized) जन्म दर और मृत्यु दर, आदि की गणना तथा विभिन्न स्थानो व समयो मे इनकी तुलना करने मे प्रयोग किया जाता है।

4 अनुपातो, प्रतिशतो और दरो का माध्य निकालते समय भी इसका प्रयोग किया जाता है।

सामूहिक समान्तर माध्य की गणना (Calculation of Combined Arithmetic Mean)

हम दो सम्बन्धित समूहो (Groups) का सामूहिक समान्तर माध्य (Combined arithmetic mean) भी निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

$$\bar{X}_{12}=\frac{\bar{X}_1N_1+\bar{X}_2N_2}{N_1+N_2}$$

जहाँ $\bar{X}_{1\ 2}$ = दो समूहो का सामूहिक समान्तर माध्य
$\bar{X}_1$ = पहले समूह का समान्तर माध्य
$\bar{X}_2$ = दूसरे समूह का समान्तर माध्य
N_1 = पहले समूह की मदो की सख्या
N_2 = दूसरे समूह की मदा की सख्या

हम उपरोक्त सूत्र को बढाकर दो से अधिक समूहो का सामूहिक समान्तर माध्य भी ज्ञात कर सकते हैं।

सूत्र इस प्रकार है

$$X_{1,\ 2\ 3\ldots n} = \frac{\bar{X}_1 N_1 + \bar{X}_2 N_2 + \bar{X}_3 N_3 + \quad \bar{X}n Nn}{N_1 + N_2 + N_3 \quad Nn}$$

उदाहरण 12 समूह क' के 45 विद्यार्थियो के औसत अक 35 है और समूह ख के 55 विद्यार्थिया के औसत अक 40 हैं। दोना समूहो के 100 विद्यार्थियो के सामूहिक औसत अक ज्ञात कीजिए

हल

समूह क' के विद्यार्थिया के औसत अक $(\bar{X}_1) = 35$
समूह ख' के विद्यार्थियो के औसत अक $(\bar{X}_2) = 40$
समूह 'क' मे विद्यार्थिया की सख्या $(N_1) = 45$
समूह 'ख' मे विद्यार्थियो की सख्या $(N_2) = 55$
निम्न सूत्र को अपना कर सामूहिक समान्तर माध्य का ज्ञात कीजिए।

$$X_{1,\ 2} = \frac{\bar{X} N_1 + X_2 N_2}{N_1 + N_2}$$

$$= \frac{35 \times 45 + 40 \times 55}{45 + 55}$$

$$= \frac{3775}{100} = 37\ 75 \text{ अक}$$

मध्यका (Median)

मध्यका एक प्रकार की नई माध्य है जो माध्य के अवगुणों जैसे चरम सीमाओ से अधिक प्रभावित होना है, अवास्तविक निष्कर्ष आदि को दूर करती है और वितरण को उचित रूप से व्यक्त करती है। माध्यका एक क्रमबद्ध वितरण या शृ खला को दो बराबर भागा म बाँटती है।
सांकेतिक रूप से (Symbolically)

$$M = \text{मद का} \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{वा आकार}$$

जहाँ M = मध्यका N = मदो की सख्या

मध्यका के लाभ (Merits of Median)

1 यह चरम सीमाओं से प्रभावित नहीं होती ।

2 यदि कुछ मदों का ज्ञान न भी हो तो भी मध्यका को ज्ञात किया जा सकता है ।

3 इसका परिकलन (Calculate) करना तथा इसको समझना बहुत आसान है ।

4 खुले सिर वाले आवृत्ति वितरण (Open end frequency distributions) में भी इसको आसानी से ज्ञात किया जा सकता है क्योंकि इसमें प्रथम वर्ग की निम्नतम सीमा और अन्तिम वर्ग की उच्चतम सीमा को निश्चित करने की आवश्यकता नहीं होती ।

5 *रेखा द्वारा भी इसके मूल्य को ज्ञात किया जा सकता है ।*

6 जब आंकड़ों का मात्रात्मक (Quantitative) माप नहीं किया जा सकता जैसे ईमानदारी, योग्यता आदि तो माध्यका अधिक उपयुक्त होती है ।

7 यह एक निश्चित माध्य है ।

मध्यका की हानियां (Demerits of Median)

1 इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि इसका प्रयोग बीजगणितीय क्रियाओं में नहीं किया जा सकता ।

2 इसको ज्ञात करने से पहले मदों को क्रमबद्ध (Array) करना पड़ता है अतः समय अधिक लगता है । जब मदों की संख्या बहुत बड़ी हो तो कठिनाई अधिक होती है ।

3 यह उन परिस्थितियों में लाभदायक नहीं होती जहां सीमान्त मदों को अधिक महत्व देना होता है क्योंकि इसमें सभी आवतियों को समान माना जाता है ।

4 इसका ज्ञात करते समय श्रेणी की सभी मदों को एक सामान्य महत्व दिया जाता है । वास्तव में यह ठीक नहीं ।

5 जब मदें परिमाण में बहुत अधिक विचरण करती हैं तो यह श्रेणी का निरूपित नहीं करती ।

6 यदि मदों की संख्या कम हो तो यह अनिश्चित होगी ।

मध्यका की गणना (Calculation of Median)

असमूहित आंकड़े या व्यक्तिगत श्रृंखलाएं (Unorganised data or Individual series)

मध्यका ज्ञात करने से पहले आंकड़ों को बढ़ते या गिरते क्रम (A or Descending order) में लिख लीजिए । फिर मध्यका संख्या को प्राप्त के लिए सूत्र की सहायता लीजिए ।

सूत्र इस प्रकार है

$$\text{मध्यका} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{ वा मद का आकार}$$

जहाँ N = मदों की संख्या

उदाहरण 13 निम्नलिखित मदों की मध्यका ज्ञात करो।

2 4, 8, 10 12, 15 20, 25 30

हल —

गणना के पद (Steps of Calculation)

1 मदों को 'x' मान लीजिए और उन्हें बढ़ते या गिरते क्रम से लिख लीजिए।

2 मध्यका संख्या को ज्ञात करने के सूत्र अपनाइए और मध्यका को ज्ञात कीजिए जैसा कि नीचे दिखाया गया है।

क्रम संख्या	मदें (बढ़ते क्रम से) (x)
1	2
2	4
3	8
4	10
5	12
6	15
7	20
8	25
9	30

$$\text{मध्यका (M)} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{ वा मद का आकार}$$

$$= \frac{9+1}{2} \text{ या 5वा मद का आकार}$$

$$= 12 \text{ उत्तर}$$

नोट — उपरोक्त उदाहरण म मदों की मात्रा विषम (Odd) है। जब मदों की मात्रा विषम होती है तो मध्यका संख्या आसानी से ज्ञात हो सकती है परन्तु जब मदों की संख्या युग्म (Even) होती है तो मध्यका संख्या दो संख्याओं के बीच आती है। ऐसी स्थिति मे उन दो मदों की संख्याओं के योग को 2 पर भाग देकर मध्यका प्राप्त की जाती है। जैसा कि नीचे उदाहरण 14 मे दिखाया गया है।

उदाहरण 14 निम्न आंकडो के लिए मध्यका ज्ञात करो।

2, 4, 10, 8 15 20 12 25 30, 38

हल—

क्रम संख्या	मदें (बढ़ते क्रम से) (x)
1	2
2	4
3	8
4	10
5	12
6	15
7	20
8	25
9	30
10	38

मध्यका (M)=$\left(\frac{n+1}{2}\right)$वां मद का आकार

$=\frac{10+1}{2}$या 5 5 वा मद का आकार

5 5वा मद का आकार= $\frac{5 \text{ वी मद} + 6 \text{ वी मद}}{2}$

$=\frac{12+15}{2}=13\ 5$

अत मध्यका = 13 5 उत्तर

विच्छिन्न श्रृंखला मे मध्यका की गणना (Calculation of Median in Discrete Series)

हम ऊपर पढ चुके हैं कि विच्छिन्न श्रृंखला म मदो के साथ उनकी आवृत्तिया भी दी हुई होती हैं। ऐसी श्रृंखलाओ म मदो को 'x" और उनकी आवृत्तियो को 'f' माना जाता है और मध्यका ज्ञात करने के लिए सचयी (Cumulative) आवृत्तिया का प्रयोग किया जाता है। सबसे पहले मध्यका संख्या (Median item) का ज्ञात किया जाता है और फिर मध्यका के मूल्य का $\frac{n+1}{2}$ के सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है। n' आवृत्तियो के योग को प्रदर्शित करता है न कि मदो की संख्या को। निम्न उदाहरण विच्छिन्न श्रृंखला म मध्यका ज्ञात करने की विधि का प्रदर्शित करते हैं।

उदाहरण 16—निम्न आंकड़ो से मध्यका मूल्य ज्ञात कीजिए।

x	5,	10,	15	20,	25
f	2,	4,	6	8,	10

हल

मदें (x)	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c f)
5	2	2
10	4	6
15	6	12
20	8	20
25	10	30 यहां N=30

मध्यका $=\left[\frac{n+1}{2}\right]$वां मद का आकार

$=\left[\frac{30+1}{2}\right]$वां मद का आकार

अर्थात् 15 5वीं संख्या

यहां 15 5वीं संख्या का मूल्य 20 है

अत मध्यका=20 है। उत्तर

उदाहरण 16 —निम्नलिखित आंकड़ों के लिए मध्यका की गणना कीजिए।

ऊँचाई (सें० मी० में)	120	121	122	123	124	125
विद्यार्थियो की संख्या	8	12	17	14	13	6

हल—

ऊँचाई (सें० मी०) (x)	विद्यार्थियों की संख्या (f)	संचयी आवृत्तियां (c f)
120	8	8
121	12	20
122	17	37
123	14	51
124	13	64
125	6	70

यहां n=70

$$\text{मध्यका} = \left[\frac{n+1}{2}\right]\text{वां मद का आकार}$$

$$= \left[\frac{70+1}{2}\right]\text{वां मद का आकार}$$

अर्थात 35 5वीं मद का आकार

यहाँ मध्यका 35 5वी सख्या है और 35 5 वीं सख्या का मूल्य 122 है। अत मध्यका का मूल्य 122 सं० मी० है – उत्तर

अविच्छिन्न श्रृ खला मे मध्यका गणना (Calculation of median in Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रृ खला मे मध्यका का ज्ञात करने के लिए $\left[\frac{n+1}{2}\right]$ के स्थान पर $\left(\frac{n}{2}\right)$ का प्रयोग किया जाता है अत मध्यका $= \left(\frac{n}{2}\right)$वां मद का आकार। मध्यका को ज्ञात करने के लिए शेष गणना पद पहले जैसे ही हैं जैसा कि निम्न उदाहरणो से स्पष्ट किया गया है

उदाहरण 17—निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए मध्यका की गणना कीजिए

अक	0 5	5 10	10-15	15-20	20 25
विद्यार्थियो की सख्या	10	20	30	35	51

हल—

गणना के पद (Steps for Calculation)

1 'x' कालम मे वर्गा तर लिखिए और 'f' कालम मे विद्यार्थियो की सख्या (आवृत्तिया) लिखिए।

2 सचयी आवृत्तियो को (c f) कालम में लिखिए।

3 मध्यका सख्या ज्ञात करने के लिए $\left(\frac{n}{2}\right)$ का प्रयोग कीजिए।

4 मध्यका वाले वर्ग को ज्ञात कीजिए।

5 निम्न सूत्र द्वारा मध्यका को ज्ञात कीजिए

$$\text{मध्यका (M)} = l_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{f}(l_2 - l_1)$$

जहा $\left(\frac{N}{2}\right)$ = मध्य मद

l_1 = मध्यका वग की निम्न सीमा
l_2 = मध्यका वग की उच्च सीमा
f = मध्यका वग की आवृति
c = मध्यका वग से पहले वग की सचयी आवृति

अक वग	वग विद्यार्थियों की सख्या (आवृति) (f)	सचयी आवृतियां (c f)
0-5	10	10
5-10	20	30
10-15	30	60
15-20	35	95
20-25	51	146

यहाँ N=146

मध्यका (M) = $\left(\frac{N}{2}\right)$ वा मद का आकार

$= \frac{146}{2}$ वाँ मद का आकार

= 73 वाँ मद का आकार

अत मध्यका 15-20 के वग में स्थित है।

अब सूत्र को अपनाइये

$$\text{मध्यका (M)} = l_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 15 + \frac{73 - 60}{35}(20 - 15)$$

$$= 15 + \frac{13}{35} \times 5 = 15 + \frac{13}{7}$$

$$= 15 + 1.86 = 16.86$$

= 17 अक उत्तर

उदाहरण 18 निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए मध्यका की गणना कीजिए

अक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	6	7	4	12	6
अक	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
आवृत्ति	7	10	4	5	2

हल—

अंक वर्ग	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c f)
0 10	6	6
10-20	7	13
20-30	4	17
30-40	12	29
40 50	6	35
50-60	7	42
60-70	10	52
70-80	4	56
80-90	5	61
90-100	2	63

यहाँ N=63

मध्यका $(M)=\left(\frac{N}{2}\right)$ वीं मद का आकार

$=\frac{63}{2}$ या 31 5 वीं मद का आकार

अत मध्यका 40 50 के वर्ग म स्थित है। अब सूत्र को अपनाइये

$$\text{मध्यका } (M)= l_1 + \frac{\frac{N}{2}-C}{f} (l_2-l_1)$$

$$=40+\frac{31\ 5-29}{6}(50-40)$$

$$=40+\frac{2\ 5}{6}\times 10=40+0\ 41$$

$=40\ 41$ अंक उत्तर

उदाहरण 20—निम्नलिखित आवत्ति वितरण के लिए मध्यका ज्ञात कीजिए।

चल मूल्य	60 से ऊपर	50-60	40-50	30 40	20 30	10-20	0 10
आवृत्ति	6	12	10	2	20	24	4

हल—

उपरोक्त उदाहरण मे आवृत्ति व ।वतरण गिरते क्रम मे दिखाया गया जब आवत्ति वितरण गिरते क्रम (Descending order) से दिया गया हो ।

$$\text{मध्यका } (M) = l_2 - \frac{\frac{N}{2} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

वर्ग मूल्य	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c.f.)
60 से ऊपर	6	6
50-60	12	18
40-50	10	28
30-40	2	30
20-30	20	50
10-20	24	74
0-10	4	78

यहाँ $N = 78$

मध्यका $(M) = \left(\frac{N}{2}\right)$ वाँ मद का आकार

$= \frac{78}{2} = 39$ वाँ मद का आकार

अतः मध्यका 20-30 के वर्ग में स्थित है।

अब उपरोक्त सूत्र को अपनाइए

$$\text{मध्यका } (M) = l_2 - \frac{\frac{N}{2} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 30 - \frac{39 - 30}{20}(30 - 20)$$

$$= 30 - \frac{9}{20} \times 10 = 30 - 4.5$$

$= 25.5$ उत्तर

बिन्दुरेखीय पद्धति द्वारा मध्यका का निर्धारण (Location of Median Graphically)

हम मध्यका का मूल्य बिन्दुरेखीय पद्धति द्वारा भी ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 20—निम्न आंकड़ों से बिन्दुरेखीय पद्धति द्वारा मध्यका का मूल्य ज्ञात कीजिए

अंक	0 10	20	20 30	30 40	40 50	50 60
विद्यार्थियों की संख्या		10	20	35	15	6

हल—

पद (Steps of Solution)

(1) एक 'इतने से कम' की सचयी सारणी बनाइए।

(2) एक 'इतने से कम' (Less than) की सचयी वक्र या ओगिव वक्र बनाइये।

(3) अको का x-अक्ष पर और आवृत्तियो को y-अक्ष पर लिजिए।

(4) $\frac{N}{2}$ का मूल्य ज्ञात कीजिए और y-अक्ष पर इसे ज्ञात कीजिए। (यह मूल्य 45 है)

(5) इस बिन्दु से y-अक्ष पर एक लम्ब (Perpendicular) गिराइये और इसे बढाइय ताकि यह ओगिव वक्र को मिल सके।

(6) जिस बिन्दु पर यह लम्ब ओगिव वक्र को मिलता है वहाँ से एक लम्ब y-अक्ष पर डालिये। इस लम्ब के स्पश बिन्दु का मूल्य पढ़ लीजिए। वही मध्यका मूल्य होगा। (मध्यका का मूल्य = 33 14 रेखाचित्र को देखिए)

सचयी आवृत्ति सारणी (Cumulative Frequency Table)

अक "से कम' (Less than)	विद्यार्थियों की सख्या (सचीय आवृत्ति)
10	4
20	14
30	34
40	69
50	84
60	90

यहा N = 90

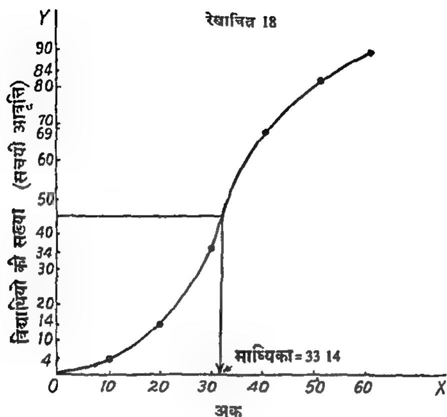
$$\text{और} \frac{N}{2} \text{का मूल्य} = \frac{90}{2} = 45$$

मध्यका का मूल्य = 33 14

बिन्दु रेखा द्वारा प्रदर्शन

विभाजन मूल्य (Partition value)

मध्यका एक वितरण या श्रृ खला को द बराबर भागो मे बाँटती है। इसी प्रकार चतुर्थक (Quartile) इसको चार भागों में बाँटता है। पहले चतुथक और तीसरे चतुर्थक को Q_3 से प्रदर्शित किया जाता है। दूसरा चतुर्थक



है और चौथा चतुर्थक मदों की अंतिम सीमा होती है। इसलिए उनके अध्ययन की आवश्यकता नहीं होती। अतः हमें Q_1 और Q_3 का ही अध्ययन करना है।

इसी प्रकार दशमांश (Decile) एक वितरण या शृंखला को दस भागों और शतमक (Percentile) इसको सौ भागों में बाँटता है। दशमक को D से और शतमक को P से प्रदर्शित किया जाता है।

चतुर्थक दशमक और शतमक को ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र दिये गए हैं

व्यक्तिगत और विच्छिन्न शृंखला (Individual and Discrete Series)

$$Q_1 = \left[\frac{N+1}{4}\right] \text{ वां मद का आकार}$$

$$Q_3 = \left[\frac{3(N+1)}{4}\right] \text{ वां मद का आकार}$$

$$D_5 = \left[\frac{5(N+1)}{10}\right] \text{ वां मद का आकार}$$

$$D=\left[\frac{7(N+1)}{10}\right] \text{वा मद का आकार}$$

$$P_{30}=\left[\frac{30(N+1)}{100}\right] \text{वा मद का आकार}$$

उदाहरण 21—निम्नलिखित आकडो से मध्यका, प्रथम व तृतीय चतुर्थक, छठा दशमक और चालीसवा शतमक ज्ञात कीजिए।

10 विद्यार्थियो द्वारा गणित मे प्राप्त अक

32 12, 30, 18, 11, 41, 35, 26, 22, 14,

हल—

पहले दिये गये आकडो को बढते (या आरोही) क्रम में लिखिए।

क्रम सख्या	अक
1	11
2	12
3	14
4	18
5	22
6	26
7	30
8	32
9	35
10	41

$$\text{मध्यका (M)} =\left(\frac{N+1}{2}\right) \text{वा मद का आकार}$$

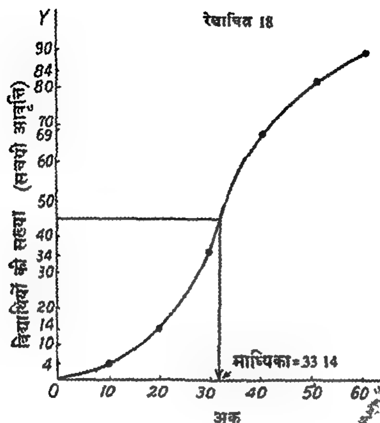
$$=\frac{11}{2}=5\ 5 \text{ वा मद का आकार}$$

$$5\ 5 \text{ वा मद का आकार} =\frac{5 \text{ वी मद} + 6 \text{ वी मद}}{2}$$

$$=\frac{22+26}{2}=24 \text{ अक}$$

$$Q_1=\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वा मद का आकार}$$

$$=\frac{10+1}{4}=\frac{11}{4}=2\ 75 \text{ वा मद का आकार}$$



है और चौथा चतुर्थक मदों की अंतिम सीमा होती है । इसलि
आवश्यकता नहीं होती । अत हम Q_1 और Q_3 का ही अध्य

इसी प्रकार दशमलव (Decile) एक वितरण या
और शतमक (Percentile) इसको सौ भागों म बांटता
शतमक को P से प्रदर्शित किया जाता है ।

चतुर्थक दशमक और शतमक को ज्ञात कर
गए हैं

व्यक्तिगत और विच्छिन्न शृंखला (

$$Q_1 = \left[\frac{N+1}{4}\right] \text{वां मद}$$

$$Q_3 = \left[\frac{3(N+1)}{4}\right]$$

$$D_5 = \left[\frac{5(N+1}{10}\right.$$

अविच्छिन्न अथवा वर्गान्तर वितरण (Continuous or class interval series)

अविच्छिन्न या वर्गान्तर वितरण में Q_1, Q_3, D_6 एवं P_{70} ज्ञात करने के लिए सूत्र निम्नलिखित हैं

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$D_6 = l_1 + \frac{\frac{6N}{10} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$P_{70} = l_1 + \frac{\frac{70N}{100} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

उदाहरण 22—निम्नलिखित आकड़ों से दोनों चतुर्थक, छठा दशमक और सत्तरवां शतमक के मूल्य ज्ञात कीजिए।

वर्ग	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42
आवृत्ति	6	7	4	2	1

हल—

वर्ग	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c. f)
22–26	6	6
26–30	7	13
30–34	4	17
34–38	2	19
38–42	1	20

यहाँ $N=20$

$Q_1 = \frac{N}{4}$ वां मद का आकार

$= \frac{20}{4}$ या 5वां मद का आकार

अतः Q_1, 22–26 के वर्ग में स्थित है

2 75 वा मद का आकार = 2nd मद + 0·75 (3rd मद का आकार — 2nd मद का आकार)

= 12 + 0·75 (14—12)

= 12 + 0 75 x 2

= 12 + 1 50 = 13 50 अक उत्तर

Q_3 = $\left[\frac{3 (N + 1)}{4}\right]$ वा मद का आकार

= $\frac{33}{4}$ = 8 25 वा मद का आकार

8 25 वां मद का आकार = 8 वीं मद + 0.25

(9 वीं मद का आकार — 8 वीं मद का आकार)

= 32 + 0 25 (35—32)

= 32 + 0 25 x 3 = 32 + 0 75

32 75 अक उत्तर

D_6 = $\frac{6 (N + 1)}{10}$ वां मद का आकार

= $\frac{66}{10}$ = 6 60 वां मद का आकार

= 6 60 वां मद का आकार = 6 वीं मद + 0 60

(7 वीं मद का आकार — 6 वीं मद का आकार)

= 26 + 0 60 (30—26)

= 26 + 0 60 x 4 = 26 + 2 40

= 28 40 अक उत्तर

P_{40} = $\frac{40 (n + 1)}{100}$ वां मद का आकार

= $\frac{40 \times 11}{100}$ वां मद का आकार अथवा 4 40 वां मद

4 40 वा मद का आकार = 4th मद + 0 40

(5 वीं मद का आकार — 4 वीं मद का आकार)

= 18 + 0 40 (22 — 18)

= 18 + 0 40 x 4 = 18 +

= 19 60 अक उत्तर

अविच्छिन्न अथवा वर्गान्तर वितरण (Continuous or class interval series)

अविच्छिन्न या वर्गान्तर वितरण में Q_1, Q_3, D_6 एवं P_{70} ज्ञात करने के लिए सूत्र निम्नलिखित हैं

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$D_6 = l_1 + \frac{\frac{6N}{10} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$P_{70} = l_1 + \frac{\frac{70N}{100} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

उदाहरण 22—निम्नलिखित आंकड़ों से दोनों चतुर्थक, छठा दशमक और सत्तरवां शतमक के मूल्य ज्ञात कीजिए।

वर्ग	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42
आवृत्ति	6	7	4	2	1

हल—

वर्ग	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c. f)
22–26	6	6
26–30	7	13
30–34	4	17
34–38	2	19
38–42	1	20

यहाँ $N = 20$

$Q_1 = \frac{N}{4}$ वां मद का आकार

$= \frac{20}{4}$ या 5वां मद का आकार

अतः Q_1, 22–26 के वर्ग में स्थित है

2 75 वा मद का आकार = 2nd मद + 0·75 (3rd मद का आकार — 2nd मद का आकार)

= 12 + 0·75 (14—12)

= 12 + 0 75 x 2

= 12 + 1 50 = 13 50 अंक उत्तर

$Q_3 = \left[\frac{3 (N + 1)}{4}\right]$ वा मद का आकार

$= \frac{33}{4} = 8\ 25$ वा मद का आकार

8 25 वां मद का आकार = 8 वीं मद + 0.25

(9 वीं मद का आकार — 8 वीं मद का आकार)

= 32 + 0 25 (35—32)

= 32 + 0 25 x 3 = 32 + 0 75

32 75 अंक उत्तर

$D_6 = \frac{6 (N + 1)}{10}$ वां मद का आकार

$= \frac{66}{10} = 6\ 60$ वा मद का आकार

= 6 60 वा मद का आकार = 6 वीं मद + 0 60

(7 वीं मद का आकार — 6 वीं मद का आकार)

= 26 + 0 60 (30—26)

= 26 + 0 60 x 4 = 26 + 2 40

= 28 40 अंक उत्तर

$P_{40} = \frac{40 (n + 1)}{100}$ वां मद का आकार

$= \frac{40 \times 11}{100}$ वा मद का आकार अथवा 4 40 वां मद

4 40 वा मद का आकार = 4th मद + 0 40

(5 वीं मद का आकार — 4 वीं मद का आकार)

= 18 + 0 40 (22 — 18)

= 18 + 0 40 x 4 = 18 + 1 60

= 19 60 अंक उत्तर

अविच्छिन्न अथवा वर्गान्तर वितरण (Continuous or class interval series)

अविच्छिन्न या वर्गान्तर वितरण में Q_1, Q_3, D_6 एवं P_{70} ज्ञात करने के लिए सूत्र निम्नलिखित हैं

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$D_6 = l_1 + \frac{\frac{6N}{10} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$P_{70} = l_1 + \frac{\frac{70N}{100} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

उदाहरण 22—निम्नलिखित आंकड़ों से दोनों चतुर्थक, छठा दशमक और सत्तरवां शतमक के मूल्य ज्ञात कीजिए।

वर्ग	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42
आवृत्ति	6	7	4	2	1

हल—

वर्ग	आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्तियां (c. f.)
22–26	6	6
26–30	7	13
30–34	4	17
34–38	2	19
38–42	1	20

यहाँ N=20

$Q_1 = \frac{N}{4}$ वां मद का आकार

$= \frac{20}{4}$ या 5वां मद का आकार

अतः Q_1, 22–26 के वर्ग में स्थित है

उपरोक्त सूत्र के अनुसार

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{n}{4} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 22 + \frac{\frac{20}{4} - 0}{6}(26 - 22)$$

$$= 22 + \frac{5}{6} \times 4 = 22 + 3\ 3$$

$= 25\ 3$ उत्तर

$Q_3 = \frac{3N}{4}$ वा मद का आकार

$= \frac{3 \times 20}{4}$ या 15 वा मद का आकार

अत Q_3 वग 30 — 34 मे स्थित है।

उपरोक्त सूत्र के अनुसार

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3\ N}{4} - C}{f} \quad (l_2 - l_1)$$

$$= 30 + \frac{\frac{3 \times 20}{4} - 13}{4}(34 - 30)$$

$$= 30 + \frac{15 - 13}{4}(4) = 30 + \frac{2}{4} \times 4$$

$= 30 + 2 = 32$ उत्तर

$D_6 = \frac{6\ (N)}{10}$ वा मद का आकार

$= \frac{6 \times 20}{10} = 12$ वा मद का आकार

अत D_6 वग 26—30 में स्थित है।

उपरोक्त सूत्र के अनुसार

$$D_6 = l_1 + \frac{\frac{6\ N}{10} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 26 + \frac{\frac{6 \times 20}{10} - 6}{7}(30-26)$$

$$= 26 + \frac{12-6}{7} \times 4 = 26 + \frac{24}{7}$$

$= 26 + 3\ 4 = 29\ 4$ उत्तर

$P_{70} = \frac{70\ (N)}{100}$ वों मद का आकार

$= \frac{70 \times 20}{100} = 14$ वां मद का आकार

अत P_{70} वर्ग 30—34 मे स्थित है

उपरोक्त सूत्र के अनुसार

$$P_{70} = l_1 + \frac{\frac{70\ N}{100} - c}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 30 + \frac{\frac{70 \times 20}{100} - 13}{4}(34-30)$$

$= 30 + \frac{14-13}{4} \times 4 = 30 + 1 = 31$ उत्तर

भूयिष्ठक (Mode) भूयिष्ठक (Mode) एक वितरण श्रेणी या शृ खला का वह मद है जो प्राय इसमे आता है (Most occurs)। दूसरे शब्दो में भूयिष्ठक एक वितरण, श्रेणी या शृ खला की वह चर सख्या (Variable) होती है जिसकी आवृति (frequency) अधिकतम होती है।

भूयिष्ठक की गणना (Calculation of Mode)

व्यक्तिगत शृखला (Individual Series)—व्यक्तिगत श्रेणी या शृ खला मे भूयिष्ठक वह मद होती है जो उसमें सबसे अधिक वार पाया जाता है।

उदाहरण 23 आठ विद्यार्थियो की ऊँचाइयाँ सें० मी० मे निम्नलिखित हैं
155,160,155,156,155,157,155 155
भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए।

क्रम संख्या

1

2

3

4

5

6

7

8

स्पष्ट है कि ऊँचाई 155 सें० मी० दूसरो की अपेक्षा अ
और इसलिए भूयिष्ठक 155 सें० मी० है।

विच्छिन्न श्रेणी या शृंखला (Discrete Series)

इसमे भूयिष्ठक को दो रीतियों से ज्ञात किया जा सकता
रीति द्वारा (By Inspection Method) और (ख) समूहीक
Grouping Method)

(क) निरीक्षण रीति (Inspection Method)

जब श्रेणी में अधिकतम आवृति बिल्कुल स्पष्ट दि
निरीक्षण द्वारा ही भूयिष्ठक को ज्ञात किया जा सकता
निरीक्षण रीति द्वारा भूयिष्ठक का ज्ञान ठीक नही होता।
अधिक अच्छी है।

(ख) समूहीकरण रीति (Grouping Method)

जब दो या दो से अधिक मूल्यो की आवृतियाँ सबसे
जान लेना कठिन होता है कि किस मूल्य या मद को भूयिष्
भूयिष्ठक का ठीक पता लगाने के लिए समूहीकरण रीति
इस रीति के अन्तर्गत हमे दो सारणियाँ बनानी पड़ती हैं,
करण सारणी कहा जाता है और दूसरी सारणी को वि
है। पहली सारणी अर्थात् समूहीकरण सारणी (Group
दूसरी सारणी अर्थात विश्लेषण सारणी (Analysis Tal
इन दोनो सारणियों की सहायता से भूयिष्ठक को ज्ञात
द्वारा भूयिष्ठक पद या वर्ग का ठीक ठीक पता चल ज

निम्न उदाहरणो द्वारा विच्छिन्न श्रेणी म
क्रिया को स्पष्ट किया गया है

उदाहरण 24 —निम्न आंकड़ों से भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए।

माप	आवृत्ति	माप	आवृत्ति
11	36	19	50
12	50	20	46
13	32	21	53
14	60	22	60
15	57	23	[illegible]
16	65	24	48
17	44	25	34
18	48	26	[illegible]

हल

गणना के पद (Steps for calculation)

1. सर्वप्रथम एक सारणी बनाइए जिसमें चर मदों (Variables) के अतिरिक्त छ कालम (Columns) हों।
2. पहले कालम में चर मदो की आवृतियां लिख दीजिए।
3. दूसरे कालम में पहले कालम में दी हुई आवृतियों को दो-दो जैसे 1 और 2, 3 और 4, 5 और 6 इत्यादि के योग करके लिख दीजिए।
4. तीसरे कालम मे (कालम 1 में लिखी आवृतियों से) पुन दो-दो (पहली को छोड़ कर) आवृतियो जैसे 2 और 3, 4 और 5, 6 और 7 इत्यादि के योग बना कर लिखिए।
5. चौथे कालम मे (कालम 1 की आवृतियों से) पहली आवृति से तीन-तीन आवृतियो जैसे 1, 2 और 3, 4, 5 और 6, 7 ,8 और 9 इत्यादि के योग बना कर लिखिए।
6. पांचवे कालम मे (कालम 1 की आवृतियों से) पहली आवृति को छोड़ कर तीन-तीन आवृतिया जैसे 2, 3, 4, 5 6, 7 और 8, 9, 10 इत्यादि के योग बना कर लिखिए।
7. छठे कालम म (कालम 1 की आवृतिया से) पहली दो आवृतिया को छोड़ कर तीन तीन आवृतियो जैसे 3, 4, 5, 6, 7, 8 और 9, 10, 11 इत्यादि के योग बना कर लिखिए।
8. तत्पश्चात एक विश्लेषण सारणी (Analysis Table) बनाइए। इसमें प्रत्येक कालम मे अधिकतम आवृति वाली सख्या को लिखिए।
9. जिस मूल्य या सख्या की आवृतियां अधिकतम होती है वह सख्या भूयिष्ठक (Mode) होती है।

अब हम उपरोक्त बताए गए पदो के अनुसार उदाहरण 24 को हल करते हैं

माप	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$
11	36	86				
12	50		82	118		
13	32	92			142	
14	60		117			149
15	57	122		182		
16	65		109		166	
17	44	92				157
18	48		98	142		
19	50	96			144	
20	46		99			149
21	53	113		159		
22	60		98		151	
23	38	86				146
24	48		82	120		
25	34	72			120	
26	38					

विश्लेषण तालिका (Analysis Table)

कालम संख्या	अधिकतम आवृति वाली मदें				
1			16		
2		15	16		
3	14	15			
4	14	15	16		
5		15	16	17	
6			16	17	18
योग	2	4	5	2	1

ऊपर की सारणी मे यह स्पष्ट ह कि मद 16 की आवृति अधिकतम बार ह इसलिए भूयिष्ठक 16 है—उत्तर

अविच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक (Mode in Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी म सबसे पहले भूयिष्ठक वग (Modal group) को ज्ञात किया जाता है । यदि आवत्तियाँ नियमत (regular) हैं तो भूयिष्ठक का पता निरीक्षण द्वारा ही लग जाता है अयवा समूहीकरण रीति द्वारा इसको ज्ञात किया जाता है । जब भूयिष्ठक वग का पता चल जाता है तो फिर भूयिष्ठक का ठीक मूल्य निर्धारण करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयाग किया जाता ह

$$\text{भूयिष्ठक (Z)} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} (l_2 - l_1)$$

जहाँ l_1 = भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा

l_2 = भूयिष्ठक वर्ग की उच्च सीमा

f_1 = भूयिष्ठक वर्ग की आवृति

f_0 = भूयिष्ठक वर्ग से पहले वर्ग की आवृति

f_2 = भूयिष्ठक वर्ग के बाद के वर्ग की आवृति

ऊपर के सूत्र को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है

$$Z = l_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$$

जहा Z = भूयिष्ठक

l_1 = भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा

Δ_1 = भूयिष्ठक वर्ग और भूयिष्ठक वर्ग से पहले वर्ग की आवृतियो में अन्तर

Δ_2 = भूयिष्ठक वर्ग और भूयिष्ठक वर्ग के बाद के वर्ग की आवृतियो मे अतर

h = भूयिष्ठक वर्ग का वर्गान्तर

उदाहरण 25 निम्नलिखित सारणी से भूयिष्ठक का परिकलन कीजिए।

आयकर (रुपयो में)	20—30	30—40	40—50	50—60
आयकर देने वाले व्यक्तियो की सख्या	7	9	14	17
आयकर (रुपयो मे)	60—70	70—80	80—90	90—100
आयकर देने वाले व्यक्तियो की सख्या	21	8	5	3

हल

निरीक्षण से पता चलता है कि भूयिष्ठक 60—70 के वर्ग में स्थित है क्योंकि 60—70 के वर्ग की आवृति अधिकतम है।

अब उपरोक्त सूत्र के अनुसार भूयिष्ठक के मूल्य को ज्ञात कीजिए।

$$\text{भूयिष्ठक} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\ (l_2 - l_1)$$

$$= 60 + \frac{21 - 17}{2(21) - 17 - 8} \times 10$$

$$= 60 + \frac{4}{17} \times 10 = 60 + \frac{40}{17}$$

$$= 60 + 2\ 35 = 62\ 35$$ रुपये उत्तर

उदाहरण 26 निम्नलिखित श्रेणी से भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

जितने दिन अनुपस्थित—इतने से कम	5	10	15	20	25
विद्यार्थियो की सख्या	29	224	465	582	634
जितने दिन अनुपस्थित—इतने से कम	30	35	40	45	
विद्यार्थियो की सख्या	644	65)	653	655	

हल करने के पद (Steps of Solution)

1 वर्गों को बना कर लिखिए।

2 इस उदाहरण में सचयी आवृत्तियाँ दी गई हैं अत उनको सामान्य आवृत्तियों में बदल दीजिए।

3 भूयिष्ठक ज्ञात करने के सूत्र के अनुसार भूयिष्ठक को ज्ञात कीजिए।

हल

जितने दिन अनुपस्थित	विद्यार्थियों की संख्या (f)	सचयी आवृतियाँ (c f)
0- 5	29	29
5-10	195	224
10-15	241	465
15-20	117	582
20-25	52	634
25-30	10	644
30-35	6	650
35-40	3	653
40-45	2	655

निरीक्षण से स्पष्ट है कि भूयिष्ठक 10 15 के वर्ग में स्थित है क्योंकि इस वर्ग की आवृति अधिकतम है।

अब सूत्र को अपनाइए

$$\text{भूयिष्ठक} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}(l_2 - l_1)$$

$$= 10 + \frac{241 - 195}{(2 \times 241) - (195 - 117)}(15 - 10)$$

$$= 10 + \frac{46}{482 - 312} \times 5$$

$$= 10 + \frac{230}{170} = 10 + 1\ 35$$

$= 11\ 35$ उत्तर

बिन्दुरेखीय पद्धति द्वारा भूयिष्ठक का निर्धारण (Location of Mode Graphically)

हम रेखाचित्र द्वारा भी भूयिष्ठक का मूल्य ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 27 रेखाचित्र द्वारा निम्न आवृत्ति वितरण से भूयिष्ठक का मूल्य ज्ञात कीजिए और मूल्य की जाँच कीजिए।

अंक	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60
विद्यार्थियों की संख्या	4	6	10	15	12	6

हल

पद (Steps)

(1) उपरोक्त आंकड़ों से एक आवृत्ति आयत बनाइये।

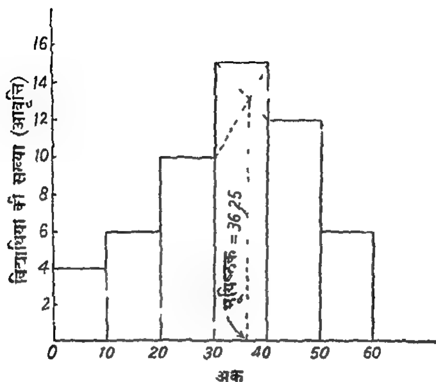
(2) सबसे ऊंची आयत भूयिष्ठक वर्ग को दिखायगी।

(3) भूयिष्ठक वर्ग वाली आयत की सबसे ऊंची भुजा के दायें किनारे को इससे पहले वाली आयत की भुजा के दायें किनारे से मिला दीजिए।

(4) भूयिष्ठक वर्ग वाली आयत की सबसे ऊँची भुजा के बायें किनारे को इसके बाद वाले आयत की भुजा के बाये किनारे से मिला दीजिए।

(5) यह दो रेखायें जहाँ मिलती है, उस बिन्दु से X-अक्ष पर एक लम्ब डालिये। इस लम्ब के स्पर्श बिन्दु का मूल्य ज्ञात कीजिए। यही भूयिष्ठक मूल्य होगा।

अंक (वर्गान्तर)	विद्यार्थियों की संख्या (आवृत्ति)
0—10	4
10—20	6
20—30	10
30—40	15
40—50	12
50—60	6



रेखाचित्र 19

भूयिष्ठक का मूल्य = 36 25

जाच (Verification)

यह स्पष्ट है कि भूयिष्ठक 30-40 के वर्ग मे स्थित है

अब सूत्र के अनुसार—

$$\text{भूयिष्ठक} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (l_2 - l_1)$$

$$= 30 + \frac{15 - 10}{30 - 10 - 12} \times 10$$

$$= 30 + \frac{5}{8} \times 10$$

$$= 30 + 6.25$$

$$= 36.25$$

माध्य और मध्यका से भूयिष्ठक (Mode from Mean and Median)

निम्न सूत्र द्वारा भी हम भूयिष्ठक क ... मूल्य (Approximate Value) ज्ञात कर सकते हैं

भूयिष्ठक = माध्य — 3 (माध्य — मध्यका)

भूयिष्ठक के लाभ (Advantages of Mode)

(1) अन्य मापों की अपेक्षा भूयिष्ठक किसी श्रेणी या वितरण का अधिक प्रतिनिधि होता है।

(2) यह सरलता से समझा जा सकता है।

(3) चरम मूल्यों (Extreme Values) का इस पर प्रभाव नहीं पड़ता।

(4) कुछ परिस्थितियों में इसको निरीक्षण द्वारा (By Inspection) ही ज्ञात किया जा सकता है।

(5) इस को ज्ञात करने के लिए सभी मदों के मूल्यों का ज्ञात होना आवश्यक नहीं होता।

(6) इसका प्रदर्शन रेखाचित्र द्वारा भी किया जा सकता है।

भूयिष्ठक का प्रयोग (Uses)

भूयिष्ठक का अधिकांश प्रयोग उत्पादन और व्यापार में होता है। यह बड़े-बड़े उत्पादकों के लिए बहुत लाभदायक है क्योंकि इसकी सहायता से उन्हें उस वस्तु के आकार तथा क्वालिटी का पता चल जाता है जिसे अधिक लोग मांगते हैं। अतः जूते, कपड़े (Ready made garments) यूनीफार्म, आदि, भूयिष्ठक के ज्ञात हो जाने से बड़े पैमाने पर तैयार किये जा सकते हैं।

भूयिष्ठक की हानियां (Disadvantages of Mode)

(1) प्रायः इसकी अशुद्ध परिभाषा दी जाती है और यह अनिश्चित होता है।

(2) यह गणितीय एवं बीज-गणितीय गणना के लिए उपयुक्त नहीं है।

(3) यह वितरण के सभी अवलोकनों या मदों पर आधारित नहीं होता।

(4) अनेक अवस्थाओं में इसका निश्चित मूल्य ज्ञात करना सम्भव नहीं होता, क्योंकि दो-तीन या इससे भी अधिक भूयिष्ठक मूल्य (Modal Values) हो सकते हैं।

(5) इसको ज्ञात करने की कोई एक निश्चित विधि नहीं जो सरल एवं शुद्ध हो।

माध्य, मध्यका और भूयिष्ठक — एक सापेक्ष मूल्यांकन (Mean, Median and Mode—A relative valuation)

समान्तर माध्य या माध्य का केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के लिए सबसे अधिक प्रयोग किया जाता है। उन परिस्थितियों को छोड़ कर जिनमें किसी अन्य माध्य के प्रयोग का विशेष लाभ हो शेष सभी स्थितियों में समान्तर माध्य का प्रयोग किया जाता है। उसका कारण यह है कि इसमें एक आदर्श माध्य के लगभग सभी गुण पाये जाते हैं।

परन्तु गुणात्मक सम्बन्धी तथ्यों जैसे ईमानदारी, कार्यकुशलता, योग्यता आदि

के अध्ययन के लिए मध्यका अधिक उचित है। भूयिष्ठक ऋतु विज्ञान, व्यापार उद्योग आदि में अधिक लाभदायक ह। उदाहरण के लिए जूता का माध्य आकार, तैयार कपडो का माध्य आकार आदि ज्ञात करने के लिए भूयिष्ठक का प्रयोग अधिक किया जाता है। अत हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि उन परिस्थितियो को छोड कर जिनमे किसी अन्य माध्य के प्रयोग का विशेष लाभ हो शेष सभी सामान्य परिस्थितियो मे समान्तर माध्य ही अधिक उपयुक्त है।

अभ्यास के लिए प्रश्न (Exercises)

1 निम्न वितरण से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

चर मूल्य	15	14	13	12	11	10	9
आवृत्ति	4	6	5	8	4	2	3

($\bar{X} = 12\ 4$)

2 निम्न वितरण से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

चर मूल्य	0 3	3 6	6-9	9-12	12-15	15-18
आवृत्ति	12	18	25	24	17	4

($\bar{X} = 8\ 34$)

3 एक कक्ष के 40 विद्यार्थियो की ऊचाइयां सें० मी० म दी गई है। उनकी औसत ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

ऊँचाइया (सेंमी० मे)	125-130	130 135	135-140	140 145
आवृत्ति	3	8	11	11

ऊँचाइया (सेंमी० मे)	145 150
आवृत्ति	7

($\bar{X} = 138\ 9$ से०मी०)

4 पद विचलन विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

x	0-10	10-20	20 30	30 40
f	6	8	11	16

x	40-50	50 60	60-70	70 80
f	14	8	5	2

($\bar{X} = 36\ 14$)

5 निम्नलिखित आवृत्ति सारणी स समान्तर माध्य, मध्यका आर भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

मासिक किराया (रु०)	[illegible]	[illegible]	[illegible] 60	60 80	80-100
किराया देने वाले परिवारो की सख्या	6	9	11	14	

मासिक किराया (रु०)	100-120	120-140	140 160
किराया देने वाले परिवारो की सख्या	20	15	10
मासिक किराया (रु०)	160 180	180 ,00	
किराया दन वाले परिवारा की सख्या	8	7	

($\bar{X}$ = 110 भूयिष्ठक = 110 91
मध्यका = 110)

6 निम्नलिखित श्रेणी से मध्यका और भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

मद का माप	0-5	5-10	10 15	15-20	20 25
आवृत्ति	20	24	32	28	20
मद का माप	25 30	30-35	35 40	40 45	
आवृत्ति	16	34	10	8	

(मध्यका = 18 5
भूयिष्ठक = 13 23)

7 निम्नलिखित आकडो से मध्यका और भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

अनुपस्थिति के दिन—से कम	5	10	15	20	25	30
विद्यार्थियो की सख्या	29	224	465	582	634	644
अनुपस्थिति के दिन — से कम	35	40	45			
विद्यार्थियो की सख्या	650	653	655			

(मध्यका = 12 5
भूयिष्ठक = 11 5)

8 निम्न आकडा स समान्तर माध्य मध्यका और भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

आयु वर्षों मे	कर्मचारियों की सख्या	आयु वर्षों मे	कर्मचारियों की सख्या
25 से कम	8	45 स कम	103
30 से कम	23	50 स कम	113
35 से कम	51	55 से कम	117
40 से कम	81	60 स कम	120

($\bar{X}$ = 36 83
मध्यका 36 5
भूयिष्ठक = 36)

9 निम्नलिखित आकडो से मध्यका तथा प्रथम व तृतीय चतुर्थक मूल्य ज्ञात कीजिए

चल मूल्य	आवृति	चल मूल्य	आवृति
62 5-67 5	9	77 5-82 5	114
67 5-72 5	31	82 5-87 5	30
72 5 77 5	39	87 5-92 5	27

(मध्यका = 79 5, Q_1 = 75 38, Q_3 = 82 26)

10 निम्न आकडो से प्रथम तथा तृतीय चतुर्थक 6वें० दशमक तथा 80वें शतमक के मूल्य ज्ञात कीजिए

अक	0-10	10-20	20-30	30 40	40 50	50-60	60-70
आवत्ति	10	25	35	70	90	40	30

(Q_1 = 30 71, Q_3 = 49 45, D_4 = 44 44, P_{80} = 52 5)

11 निम्न आँकडो से मध्यका तथा प्रथम व तृतीय चतुर्थक ज्ञात कीजिए

मासिक आय रुपयों में	पुरुषों की सख्या	मासिक आय रुपयों मे	पुरुषों की सख्या
50 से कम	35	70-80	18
50-60	24	80-90	6
60 70	21	90 और अधिक	3

(मध्यका = 57 7, Q_1 = 47 7, Q_3 = 70 14)

12 निम्न आकडो से समान्तर माध्य मध्यका और भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

वर्गान्तर	आवृत्ति	वर्गान्तर	आवृत्ति
0 7	19	28-35	51
7-14	25	35-42	43
14-21	36	42-49	28
21-28	72		

($\bar{X}$ = 26 50, मध्यका = 26 54, भूयिष्ठक = 25 42)

13 निम्न तालिका से मध्यका तथा भूयिष्ठक ज्ञात कीजिय

वर्गान्तर	आवृत्ति	वर्गान्तर	आवृत्ति
0- 400	4	1600 2000	27
400 800	12	2000 2400	13
800-1200	40	2400-2800	19
1200 1600	41	2800 3200	4

(मध्यका=1390 24
भूयिष्ठक=1226 67)

14 निम्न आंकडो से माध्य मध्यक, तथा भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए

वर्गान्तर	आवृत्ति	वर्गान्तर	आवृत्ति
75 79	2	45-49	8
70 74	0	40-44	6
65 69	4	35 39	3
60 64	5	30-34	2
55-59	7	25 29	1
50-54	12		

(माध्य=52 3
मध्यका=52 42
भूयिष्ठक=52 3)

15 एक परीक्षा मे 'क और 'ख' और 'ग' तीन विद्यार्थियो द्वारा प्राप्त अक निम्नलिखित हैं। विभिन्न विषयो के अलग-अलग भार (weight) दिए गए हैं। बताइए किस विद्यार्थी के औसत अक अधिक हैं?

विषय	भार	विद्यार्थी क	विद्यार्थी 'ख'	विद्यार्थी 'ग'
सांख्यिकी	4	70	80	92
अथशास्त्र	3	90	75	40
व्यवसाय सगठन	1	50	60	70
मुद्रा बैंकिंग व व्यापार	2	60	45	50

(विद्यार्थी क 72 अक)

16 निम्न आँकडा से बिन्दुरेखीय पद्धति द्वारा मध्यका मूल्य का निर्धारण कीजिए

अक	0 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70
विद्यार्थियों की सख्या	5	12	13	10	8	5	2

(मध्यका=20 8)

17 गन्ने के उत्पादन की सचयी आवृत्ति वितरण के निम्न आकड़ो से ओगिव वक्र (Ogive Curve) बनाइए तथा मध्यका मूल्य को ज्ञात कीजिए

उत्पादन लागत (रुपयों में)	जोतों की सख्या (आवृत्ति)
2 6	1
6-10	9
10-14	21
14-18	47
18-22	52
22-26	36
26 30	19
30-34	3

(मध्यका=19 3)

18 माध्य मध्यका तथा भूयिष्ठक का सापेक्ष मूल्याकन कीजिए।

19 निम्न आकड़ो से एक आवर्ति आयत बनाइये तथा भूयिष्ठक मूल्य का निर्धारण कीजिए

वर्गान्तर	आवृत्ति	वर्गान्तर	आवृत्ति
0 10	5	30-40	10
10 20	12	40 50	8
20-30	14	50 60	6

(भूयिष्ठक=23 33)

20 एक परीक्षा म 100 विद्यार्थियो द्वारा प्राप्त प्रतिशत अक नीचे दिए गए हैं। मध्यका प्रथम तथा ततीय चतुर्थक के मूल्य ज्ञात कीजिए

अक	30-35	35 40	40 45	45-50
विद्यार्थियो की सख्या	14	16	18	23
अक	50-55	55-60	60 65	
विद्यार्थियो की सख्या	18	8	3	

(मध्यका=45 3, Q_1=38 43, Q_3=51 11)

अध्याय 10

अपकिरण या विक्षेपण के माप

(MEASURES OF VARIABILITY OR DISPERSION)

अपकिरण या विक्षेपण का अर्थ (Meaning of Variability or dispersion)

पिछले अध्याय मे हमने केन्द्रीय प्रवृति के मापन की विभिन्न विधियो का अध्ययन किया था जिनमे से समान्तर माध्य बहुत महत्त्व रखता है। परन्तु माध्य एक श्रृंखला या श्रेणी की सभी विशेषताएं नही बताता। उदाहरण के लिए माध्य द्वारा यह पता नही चल सकता कि श्रृंखला या श्रेणी के विभिन्न व्यक्तिगत मूल्यो का माध्य से औसत अन्तर क्या है। इसके अतिरिक्त माध्य श्रेणी या श्रृंखला की रचना या स्वरूप पर प्रकाश डालने मे असमर्थ है। इसको स्पष्ट करने के लिए हम निम्न उदाहरण देते हैं

श्रेणी "क" 100, 125, 95, 85, 105, 90

श्रेणी "ख" 10 240, 300, 0, 20, 30

श्रेणी "क" का समान्तर माध्य $= \frac{600}{6} = 100$

श्रेणी "ख" का समान्तर माध्य $= \frac{600}{6} = 100$

उपरोक्त दोनों श्रेणियो मे समान्तर माध्य समान है अर्थात 100 है। इस से हमे यह निष्कर्ष नही निकाल लेना चाहिए कि दोनो श्रेणियाँ समान है। वास्तव मे इन दोनो श्रेणियों मे बहुत असमानता है। श्रेणी "क" मे माध्य श्रेणी के केवल एक मूल्य का ही प्रतिनिधित्व करता है अर्थात यह उसके एक मूल्य के बराबर है। श्रेणी क अन्य मूल्य 100 से भिन्न है परन्तु अन्तर कम है। दूसरी श्रेणी ख मे माध्य श्रेणी के किसी भी मूल्य का प्रतिनिधित्व नहीं करता क्योंकि यह उसके किसी भी मूल्य के बराबर नही और इसका श्रेणी के मूल्यों से अन्तर भी बहुत

अधिक है। श्रेणी के सभी मूल्य बहुत बिखरे हुए हैं और माध्य से बहुत दूर पड़े हैं।

अतः यह जानने के लिए कि एक श्रेणी का व्यक्तिगत मद या मूल्य माध्य से कितनी दूरी पर है या उसका बिखराव या विस्तार क्या है अपकिरण या विक्षेपण के अध्ययन की आवश्यकता होती है। बाउले (Bowley) के अनुसार "अपकिरण मदों के विचरण या अन्तर का माप है।" काफ्का (Kafka) के अनुसार "किसी श्रेणी में माध्य से मदों के बिखराव के माप को अपकिरण या विक्षेपण कहतेहैं।"

अपकिरण मापन की विधियां (Methods of Measuring Dispersion)

अपकिरण मापन की विभिन्न विधियां निम्नलिखित है

1 विस्तार (Range)
2 अर्द्ध-अन्तर चतुर्थ विस्तार या चतुर्थक विचलन (Semi-inter quartile range or quartile deviation),
3 माध्य विचलन (Mean Deviation),
4 प्रमाप विचलन (Standard Deviation) तथा
5 लारेंज वक्र (Lorenz Curve)

1 विस्तार (Range)

किसी श्रेणी के अधिकतम मूल्य और न्यूनतम मूल्य के अन्तर को उनका विस्तार (range) कहा जाता है। दूसरे शब्दो में विस्तार एक श्रेणी में दो चरम (extreme) मदों की मापों का अन्तर है। उदाहरण के लिए यदि 8 विद्यार्थियो के द्वारा सांख्यिकी में प्राप्त अंक 40, 50 55 65 80 88, 89, 92 हो तो विस्तार 92 — 40 = 52 होगा। इसे विस्तार का निरपेक्ष माप कहते हैं। विस्तार के सापेक्ष माप को विस्तार गुणांक (Coefficient of Range) कहते हैं।

विस्तार के निरपेक्ष माप की विधि इस प्रकार है

विस्तार (Range) $= L - S$

जहां L = अधिकतम मान या संख्या

S = न्यूनतम मान या संख्या

विस्तार के सापेक्ष माप का सूत्र निम्नलिखित है

विस्तार गुणांक (Coefficient of Range) $= \frac{L-S}{L+S}$

विस्तार के लाभ (Merits of Range)

1 विस्तार की गणना सरलता से की जा सकती है।
2 इसकी गणना करने में बहुत ही कम समय लगता है।

3 मौसम पूर्वानुमान लगाने मे विस्तार का प्रयोग लाभदायक होता है ।

4 स्टाको एव शेयरो (Stocks & Shares) के मूल्यो में परिवर्तन अध्ययन म विस्तार का प्रयोग किया जाता है ।

विस्तार की हानियां (Demerits of Range)

1 विस्तार श्रेणी के अधिकतम और न्यूनतम मूल्या से अधिक प्रभावित होता है । परन्तु इन दोनो चरम सीमाओ के बीच की मदो मे होन वाले परिवर्तनो का इस पर कोई प्रभाव नहीं पडता ।

2 विस्तार से श्रेणी की बनावट का ज्ञान नही हो सकता ।

3 विस्तार श्रेणी के सभी मूल्या पर आधारित नहीं होता ।

4 विवृतमुखी आवृत्ति वितरणो मे विस्तार का मूल्य ज्ञात नही किया जा सकता ।

विस्तार का मापन (Calculation of Range)

व्यक्तिगत श्रृ खला (Individual Series)

उदाहरण 1

निम्न आंकडो मे विस्तार और विस्तार गुणांक को ज्ञात कीजिए

10, 15, 20 30 40 50

हल

सूत्र के अनुसार

विस्तार = L—S अर्थात् अधिकतम संख्या — न्यूनतम संख्या

यहाँ अधिकतम संख्या 50 है और न्यूनतम संख्या 10 है

अत विस्तार $= 50 - 10$

$= 40$

$$\text{विस्तार गुणांक} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$= \frac{50-10}{50+10}$$

$$= \frac{40}{60}$$

$$= 0.67$$

विच्छिन्न श्रृ खला (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रृ खला मे विस्तार को ज्ञात करने के लिए मदों की संख्या को लिया जाता है न कि उनकी आवृतियो को ।

उताहरण 2

निम्न आंकडो से विस्तार और विस्तार गुणाक को ज्ञात कीजिए

(आय रु० मे)	50	55	60	65	70	80	100	150
मजदूरो की सख्या	2	4	6	8	10	5	4	1

हल

यहा अधिकतम मजदूरी 150 रुपये है और न्यूनतम मजदूरी 50 है। सूत्र के द्वारा

विस्तार $=150-50=100$

विस्तार गुणांक $= \frac{150-50}{150+50}$

$= \frac{100}{200}$

$= 0\ 5$

अविच्छिन्न श्रृ खला (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रृ खला मे विस्तार को ज्ञात करने के लिए पहले मध्य मूल्यो (Midvalues) को ज्ञात किया जा सकता है। तत्पश्चात् मदो की सख्या अर्थात मध्य मूल्यो को लेकर सूत्र के अनुसार विस्तार व विस्तार गुणांक ज्ञात किया जाता ह जैसा कि निम्न उदाहरण से स्पष्ट किया गया है

उदाहरण 3 निम्न आकडो से विस्तार व विस्तार गुणांक ज्ञात कीजिए

अंक	5-15	15-25	25 35	35-45	45 55
विद्यार्थियो की सख्या	2	10	8	25	5

हल

अ क (Marks)	मध्य मूल्य (M V)	विद्यार्थियो की सख्या आवृत्ति (f)
5 15	10	2
15 25	20	10
25-35	30	8
35 45	40	25
45 55	50	5

यहां अधिकतम मूल्य 50 ह और न्यूनतम मूल्य 10 है।

सूत्र के अनुसार

$$\text{विस्तार} = L - S$$
$$= 50 - 10$$
$$= 40$$

$$\text{विस्तार गुणांक} = \frac{L-S}{L+S}$$
$$= \frac{50-10}{50+10}$$
$$= \frac{40}{60}$$
$$= 0.67 \text{ लगभग}$$

उदाहरण 4 निम्न वितरण में विस्तार तथा विस्तार गुणांक ज्ञात कीजिए

माप	10-20	20 30	30 40	40-50
आवृत्ति	4	7	8	9
माप	50 60	60 70	70-80	80 90
आवृत्ति	11	9	2	1

हल

माप (Size)	मध्य मूल्य (M V)	आवृत्ति (f)
10 20	15	4
20-30	25	7
30 40	35	8
40 50	45	9
50 60	55	11
60-70	65	9
70 80	75	2
80 90	85	1

यहाँ अधिकतम मूल्य 85 है और न्यूनतम मूल्य 15 है।

$$\text{विस्तार} = L - S$$
$$= 85 - 15 = 70$$

$$\text{विस्तार गुणांक} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$=\frac{85-15}{85+15}$$

$$=\frac{70}{100}$$

$$=0\ 70$$

अर्द्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार या चतुर्थक विचलन (Semi Inter Quartile Range or Quartile Deviation)

अर्द्ध अंतर चतुर्थक विस्तार या चतुर्थक विचलन उच्च चतुर्थक (Q_3) और निम्न चतुर्थक (Q_1) के अंतर का आधा होता है। यह अपकिरण का निरपेक्ष माप है साकेतिक रूप मे

$$\text{अर्द्ध-अंतर चतुर्थक विस्तार या चतुर्थक विचलन} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

जहाँ Q_3 = तृतीय या उच्च चतुर्थक

Q_1 = प्रथम या निम्न चतुर्थक

चतुर्थक विचलन (Quartile Deviations) गुणाक अपकिरण का सापेक्ष माप है। इसको ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है

चतुर्थक विचलन गुणाक (Coeff of Q D)

$$=\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

चतुर्थक विचलन के लाभ (Merits of Q D)

1. अपकिरण के इस माप की गणना करना तथा इसको समझना आसान है।
2. यह श्रेणी की चरम सीमाओ (extreme limits) से बहुत कम प्रभावित होता है।
3. किसी श्रेणी के मध्य भाग के अध्ययन के लिए यह माप अधिक उचित है।

चतुर्थक विचलन की हानियाँ (Demerits of Q D)

1. यह 50 प्रतिशत मदो को छोड देता है। अत यह श्रेणी के सभी मूल्यो पर आधारित नही है।
2. इस पर निदर्शन परिवर्तनो (Fluctuations of Sampling) का बहुत अधिक प्रभाव पडता है।
3. इसका बीजगणित द्वारा विवेचन नही किया जा सकता।
4. यह अपकिरण का एक शुद्ध माप नही केवल एक रफ (Rough) माप है।

चतुर्थक विस्तार चतुर्थक विचलन और चतुर्थक विचलन गुणांक की गणना (Calculation of quartile range, quartile deviation and coefficient of quartile deviation)

चतुर्थक विस्तार, उच्च चतुर्थक और न्यूनतम चतुर्थक के अंतर को कहा जाता है।

सूत्र के अनुसार

चतुर्थक विस्तार $= Q_3 - Q_1$

चतुर्थक विचलन या अर्द्ध-अंतर चतुर्थक विस्तार (Quartile deviation or semi inter quartile range), उच्च चतुर्थक (Q_3) और निम्न चतुर्थक (Q_1) के अंतर का आधा होता है। इसको ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है

चतुर्थक विचलन (Q D) $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

चतुर्थक विचलन गुणांक (Coeff of Q D) $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

व्यक्तिगत श्रृंखला (Individual Series)

उदाहरण 5 निम्न आंकड़ों से चतुर्थक विस्तार, चतुर्थक विचलन और चतुर्थक गुणांक ज्ञात कीजिए

5, 7, 9, 10, 12, 14, 17

हल

यहां $N = 7$

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ वां मद का आकार

$= \left(\frac{7+1}{4}\right)$ या 2वीं मद का आकार

$= 7$

$Q_3 = \left(\frac{3\ (N+1)}{4}\right)$ वां मद का आकार

$= \frac{24}{4}$ या 6वीं मद का आकार

$= 14$

सूत्र के अनुसार

चतुर्थक विस्तार (Quartile Range) $= Q_3 - Q_1$

$= 14 - 7 = 7$

चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$= \frac{14-7}{2} = 3.5$

चतुर्थक विचलन गुणांक (Coeff. of Q. D.) $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{14-7}{14+7}$

$= \frac{7}{21} = 0.33$

विच्छिन्न श्रृंखला (Discrete Series)

उदाहरण 6 निम्नलिखित आकड़ो से चतुर्थक विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिए

भार (किलोग्राम मे)	58	59	60	61	62	63	64	65	66
विद्यार्थियो की सख्या	15	20	32	35	33	22	20	10	8

हल

भार (किलोग्राम में) (x)	आवृति (f)	सचयी आवृति (c f)
58	15	15
59	20	35
60	32	67
61	35	102
62	33	135
63	22	157
64	20	177
65	10	187
66	8	195

यहाँ N = 195

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ वें मद का आकार

$$=\frac{195+1}{4}= 49 \text{ वें मद का आकार}$$

$$= 60 \text{ कि० ग्रा०}$$

$$Q_3 = \left(\frac{3\,(N+1)}{4}\right) \text{ वें मद का आकार}$$

$$= \frac{3\,(195+1)}{4} \text{ या } \frac{588}{4} = 147 \text{ वें मद का आकार}$$

$$=63 \text{ कि० ग्रा०}$$

चतुर्थक विचलन $(Q\,D) = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$=\frac{63-60}{2}=1\ 5 \text{ कि०ग्रा०}$$

चतुर्थक विचलन गुणांक (Coeff of Q D) $= \frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$$=\frac{63-60}{63+60}$$

$$=\frac{3}{123}=0\ 024$$

अविच्छिन्न शृ खला (Continuous Series)

उदाहरण 7 निम्नलिखित आकड़ों में चतुर्थक विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिए

अक	0 10	10-20	20 30	30 40
विद्यार्थियो की सख्या	30	67	80	90
अक	40 50	50-60	60 70	70 80
विद्यार्थियो की सख्या	95	82	78	49
अक	80-90	90-100		
विद्यार्थियो की सख्या	19	10		

हल

अंक (Marks)	विद्यार्थियों की संख्या (f)	संचयी आवृतियां (c f)
0-10	30	30
10 20	67	97
20 30	80	177
30 40	90	267
40-50	95	362
50-60	82	444
60-70	78	522
70-80	49	571
80-90	19	590
90 100	10	600

यहां $N = 600$

$$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right) \text{ वें मद का आकार}$$

$$= \frac{600}{4} = 150 \text{ वें मद का आकार}$$

150 वीं मद 20—30 के वर्ग में स्थित है ।

सूत्र के अनुसार

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - C}{f} (l_2 - l_1)$$

$$= 20 + \frac{150 - 97}{80} (30 - 20)$$

$$= 20 + \frac{150 - 97}{80} \times 10$$

$$= 20 + \frac{53}{80} \times 10$$

$$= 20 + \frac{53}{8} = 20 + 6\ 6$$

$= 26\ 6$ अंक

$$Q_3 = \frac{3\ N}{4} \text{ वें मद का आकार}$$

$$\frac{3 \times 600}{4} = \frac{1800}{4} = 450 \text{ वें मद का आकार}$$

450 मद का आकार वर्ग 60—70 में स्थित है।

सूत्र के अनुसार

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - C}{f}(l_2 - l_1)$$

$$= 60 + \frac{450 - 444}{78}(70 - 60)$$

$$= 60 + \frac{6}{78} \times 10 = 60 + \frac{30}{39}$$

$$= 60 + .77 = 60.77 \text{ या } 60.8 \text{ अंक}$$

चतुर्थक विचलन (Q. D.) $= \frac{60.8 - 26.6}{2} = \frac{34.2}{2}$

$= 17.1$ अंक

चतुर्थक विचलन गुणांक (Coeff. of Q. D.) $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$$= \frac{60.8 - 26.6}{60.8 + 26.6}$$

$$= \frac{34.2}{87.4}$$

$$= 0.39$$

माध्य विचलन (Mean Deviation)

माध्य विचलन को औसत विचलन भी कहा जाता है। यह एक श्रेणी में उसके माध्य, मध्यका या भूयिष्ठक से लिए गए विचलनों का माध्य होता है। यह एक ऐसा मूल्य है जो किसी श्रेणी के माध्य से विभिन्न मूल्यों के औसत विचलन को प्रकट करता है। माध्यविचलन निकालते समय + व — चिह्नों को छोड़ दिया जाता है अर्थात् ऋणात्मक विचलनों (negative deviations) को भी धनात्मक (Positive) मान लिया जाता है। विचलन पूर्ण माध्य, मध्यका या भूयिष्ठक से लिए जाने चाहिएं न कि कल्पित माध्य से। यह श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित होता है। माध्य विचलन एक श्रेणी में अपकिरण या फैलाव को दिखाता है। माध्य विचलन जितना अधिक होता है उस श्रेणी में अपकिरण या फैलाव (Scatterness or spreadness) उतना ही अधिक होता है।

माध्य विचलन के गुण (Merits of Mean Deviation)

1. माध्य विचलन श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित होता है।
2. प्रमाण विचलन (Standard Deviation) की तुलना में इसकी गणना सरल तथा इसको समझना आसान है।

3 इस पर श्रेणी की चरम सीमाओ (extreme limits) का बहुत कम प्रभाव पडता है ।

4 माध्य विचलन की गणना माध्य, मध्यका या भूयिष्ठक मे से किसी एक से की जा सकती है ।

माध्य विचलन के दोष (Demerits of Mean Deviation)

1 माध्य विचलन का सबसे बडा दोष कि + व — चिन्हो को छोडकर विचलनो को धनात्मक रूप मे प्रदर्शित करता है जो कि गणित के *अनुसार अशुद्ध एव अवैज्ञानिक है ।*

2 इसका बीजगणित द्वारा विवेचन नही किया जा सकता ।

3 यह अधिक विश्वसनीय नही है । अत सांख्यिकी मे इसका प्रयोग बहुत कम होता है ।

माध्य विचलन की गणना (Calculation of Mean Deviation)

व्यक्तिगत श्रृखला (Individual Series)

माध्य मध्यका या भूयिष्ठक जिससे चाहिए हो विचलन निकाला जा सकता है । माध्य से विचलन का |dx| द्वारा मध्यका से विचलन को (dm) द्वारा और भूयिष्ठक से विचलन को |dz| द्वारा व्यक्त किया जाता है । सभी विचलनो को धनात्मक (Positive) लिया जाता है ।

माध्य विचलन गणना का सूत्र निम्नलिखित है

माध्य से माध्य विचलन (Mean deviation from mean) $= \frac{\Sigma |dx|}{N}$

मध्यका से माध्य विचलन (Mean deviation from median) $= \frac{\Sigma |dm|}{N}$

भूयिष्ठक से माध्य विचलन (Mean deviation from mode) $= \frac{\Sigma |dz|}{N}$

माध्य से माध्य विचलन (Mean Deviation from Mean)

उदाहरण 8 निम्नलिखित आकडो से माध्य विचलन और उसका गुणाक ज्ञात कीजिए

10, 13 22, 18 15 24

हल

गणना के पद (Steps of Calculation)

1 समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए ।

2 माध्य से + या — चिन्ह को छोडते हुए विचलन लीजिए और उसे (dx) कहिये ।

3 विचलनो को जोड कर $\Sigma|dx|$ प्राप्त कीजिए और

4 सूत्र को अपनाकर माध्य विचलन को ज्ञात कीजिए। सूत्र इस प्रकार है

$$\text{माध्य विचलन} = \frac{\Sigma\,|dx|}{N}$$

x	dx
10	7
13	4
22	5
18	1
15	2
24	7
$\Sigma x = 102$	$\Sigma\,|dx| = 26$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$= \frac{102}{6} = 17$$

$$\text{माध्य विचलन (माध्य से)} = \frac{\Sigma\,|dx|}{N}$$

$$= \frac{26}{6}$$

$$= 4\ 33$$

$$\text{माध्य विचलन गुणांक (Coeff of M D)} = \frac{\text{माध्य विचलन}}{\text{माध्य}}$$

$$= \frac{4\ 33}{17}$$

$$= 0\ 25$$

माध्य विचलन माध्यक की सहायता से

उदाहरण 8 निम्नलिखित आंकड़ो से मध्यका की सहायता से माध्य विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिए

वेतन (रु० में) 3 5, 6, 5, 8, 5 4 8, 7 9

हल

1 आंकडो को आरोही क्रम मे रख कर एक सारणी के रूप म लिखिए।

2 मध्यका ज्ञात कीजिए ।

3 मध्यका से (+) या (—) चिह्न को छोड़ते हुए विचलन लीजिए और उसे | dm | नाम देकर लिखिए ।

4 सूत्र के अनुसार माध्य विचलन ज्ञात कीजिए । जैसा कि नीचे प्रदर्शित किया गया है

वेतन(रु० में) x	| dm | (मध्यका से)
3	2 5
4	1 5
5	0 5
5	0 5
5	0 5
6	0 5
7	1 5
8	2 5
8	2 5
9	3 5
N= 10	Σ | dm |= 16

मध्यका $=\left(\frac{N+1}{2}\right)$वा मद का आकार

$=\frac{10+1}{2}= 5\ 5$

माध्य विचलन (मध्यका से) $=\frac{\Sigma \mid dm \mid}{N}$

$=\frac{16}{10}= 1\ 6$

माध्य विचलन गुणांक (Coefi of M D) $=\frac{1\ 6}{5\ 5}$

$= 0\ 29$

विच्छिन्न श्रृंखला (Discrete Series)

उदाहरण 10 निम्नलिखित आंकड़ों मध्यका से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए

रुपये	20	18	16	ɪ	12	10	8	6
आवृत्तियां	2	4	9	18	27	25	14	1

हल माध्य विचलन (मध्यका से)

उपरोक्त आकडो को आरोही क्रम मे एक सारणी के रूप मे लिखिए और मध्यका की गणना कीजिए।

(x)	(f)	(c f)
6	1	1
8	14	15
10	25	40
12	27	67
14	18	85
16	9	94
18	4	98
20	2	100

मध्यका $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$वा मद का आकार

$= \frac{100+1}{2} = 50\ 5$

50 5 की मद का आकार $= 12$

माध्य विचलन की गणना (मध्यका से)

(x)	(f)	| dm |	f| dm |
6	1	6	6
8	14	4	56
10	25	2	50
12	27	0	0
14	18	2	36
16	9	4	36
18	4	6	24
20	2	8	16
	$\Sigma f = 100$	$\Sigma f\|$ dm	

माध्य विचलन (मध्यका से) $= \frac{\Sigma f|}{}$

$= \frac{224}{100}$

माध्य विचलन गुणांक (Coeff of Mean Deviation)

$$= \frac{\text{माध्य विचलन}}{\text{मध्यका}}$$

$$= \frac{2\ 24}{12} = 0\ 18$$

अविच्छिन्न श्रेणी (Class Interval Series)

उदाहरण 11 निम्न आंकड़ो से माध्य से माध्य विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिए

आय (रुपयों में)	80-100	100-120	120 140	140 160
व्यक्तियों की संख्या	5	6	2	1
आय (रुपयों में)	160-180			
व्यक्तियों की संख्या	4			

हल

मब प्रथम माध्य की गणना कीजिए।

आय (रुपयों में)	माध्य मूल्य (M V) (x)	आवृत्ति (f)	(f. x)
80-100	90	5	450
100 120	110	6	660
120-140	130	2	260
140-160	150	1	150
160 180	170	4	680
		Σf = 20	Σfx =

समान्तर माध्य $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{2[illegible]}{2[illegible]}$

$= 12[illegible]$

माध्य विचलन (मध्यका) से ज्ञात करने हेतु निम्न तालिका बनाते हैं

माध्य = 125

मध्यमूल्य (x)	आवृत्ति (f)	माध्य विचलन + या — चिह्न छोड़ कर | dx |	f| dx |
90	5	35	175
100	6	15	90
130	2	5	10
150	3	25	75
170	4	45	110
	Σf = 20		Σf| dx |= 530

अब सूत्र को अपनाइए

माध्य विचलन (M D) $= \frac{\Sigma f \mid dx \mid}{N}$

$= \frac{530}{20} = 26\ 5$

माध्य विचलन गुणांक (Coeff of M D)

$= \frac{\text{माध्य विचलन}}{\text{माध्य}}$

$= \frac{26\ 5}{125} = 0\ 21$

उदाहरण 12 निम्न वितरण से (मध्यका से) माध्य विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिए

वर्ग का आकार	0 4	4-8	8 12	12-16	16 20
आवृत्ति	4	6	8	5	2

हल —सबप्रथम माध्यका को ज्ञात कीजिए

वर्गाकार	मध्य-मूल्य (x)	(f)	(c f)
0-4	2	4	4
4 8	6	6	10
8-12	10	8	18
12 16	14	5	23
16 20	18	2	25

प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

किसी श्रेणी के समान्तर माध्य से निकाले गए समस्त विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल उस श्रेणी का प्रमाप विचलन कहलाता है।* प्रमाप विचलन अपकिरण के मापों में से सबसे श्रेष्ठ है। इसी कारण सांख्यिकी में इसका प्रयोग सबसे अधिक होता है। प्रमाप विचलन को द्वितीय घात का अपकिरण भी कहते हैं।

प्रमाप विचलन के गुण (Merits of Standard Deviation)

1. प्रमाप विचलन अपकिरण के मापों में से सबसे अधिक श्रेष्ठ तथा प्रचलित है।
2. यह श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित होता है।
3. यह अपकिरण का एक निश्चित माप है।
4. यह निदर्शन परिवर्तनों से बहुत कम प्रभावित होता है।
5. इसका बीजगणित द्वारा विवेचन किया जा सकता है।

प्रमाप विचलन के दोष (Demerits of Standard Deviation)

1. अपकिरण के इस माप की गणना कठिन है।
2. इस पर श्रेणी की चरम सीमाओं का अत्यधिक प्रभाव पड़ता है।

विचरण गुणांक (Coefficient of Variation)

प्रमाप विचलन को समान्तर माध्य से भाग देने पर और 100 से गुणा कर देने से जो प्रतिशत प्राप्त होता है उसे विचरण गुणांक (Coefficient of Variation) कहा जाता है। सांकेतिक रूप से C V $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

विचरण मापांक

किसी श्रेणी में प्रमाप विचलन के वर्ग को विचरण मापांक कहा जाता है। सूत्र के अनुसार विचरण मापांक $= \sigma^2$

प्रमाप विचलन परिकलन की विधियां (Methods of Calculating Standard Deviation)

व्यक्तिगत श्रृंखला (Individual Series)

व्यक्तिगत श्रृंखला के लिए प्रमाप विचलन परिकलन दो विधियों से किया जाता है—प्रत्यक्ष विधि और अप्रत्यक्ष विधि। प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) में

*The standard deviation is the square root of arithmetic mean of the squares of deviations of items taken from their arithmetic mean

विचनन समान्तर माध्य से निकाले जाते है और अप्रत्यक्ष विधि (Indirect Method) मे विचनन कल्पित माध्य (Assumed mean) से निकाले जाते हैं । सूत्र इस प्रकार है

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$$

जहा σ = प्रमाप विचलन

d = माध्य से विचलन

d^2 = माध्य मे विचलनो का वर्ग (Square)

Σd^2 = विचलनो के वर्ग का योग

N = मदो की सख्या

(ii) अप्रत्यक्ष विधि में गणना का सूत्र इस प्रकार है

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}-\left(\frac{\Sigma d}{N}\right)^2}$$

उदाहरण 1 निम्न मदो मे प्रमाप विचलन ज्ञात कीजिए ।

4 6 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22

हल

प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

मदें (x)	माध्य से विचलन (d)	विचलनों का वर्ग (d^2)
4	—9	81
6	—7	49
8	—5	25
10	—3	9
12	—1	1
14	1	1
16	3	9
18	5	25
20	7	49
22	9	81
Σx = 130	Σd = 0	Σd^2 = 330

समातर माध्य $(\overline{X}) = \frac{\Sigma r}{N} = \frac{130}{10}$

$= 13$

प्रत्यक्ष विधि द्वारा

प्रमाप विचलन $= \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$

$= \sqrt{\frac{330}{10}}$

$= 5\ 74$

अप्रत्यक्ष विधि द्वारा

प्रमाप विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N} - \left(\frac{\Sigma d}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{330}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{330}{10}}$

$= 5\ 74$

विच्छिन्न श्रृंखला के लिए प्रमाप विचलन गणना के लिए सूत्र (Formula for the Calculation of Standard Deviation in Discrete Series)

(क) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{N}}$$

जहाँ f = आवृत्ति

n = आवृत्तियों का योग

(ख) अप्रत्यक्ष विधि (Indirect Method)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$$

उदाहरण 14 निम्न आवृत्ति वितरण के लिए प्रमाप विचलन तथा विचरण गुणांक की गणना कीजिए

x	7	9	11	13	15
f	2	4	[illegible]	4	2

अविच्छिन्न श्रृंखला (Class Interval Series)

उदाहरण 15 निम्नलिखित वितरण के प्रमाप विचलन की गणना कीजिए

आयु	20 30	30 40	40 50	50 60
सदस्यों की संख्या	3	8	5	18

आयु	60-70	70 80	80 90
सदस्यों की संख्या	3	2	1

हल

आयु वर्ग	मध्य मूल्य (x)	आवृत्ति (f)	(fx)	(d)	(d^2)	(fd^2)
20 30	25	3	75	—25	625	1875
30-40	35	8	280	—15	225	1800
40-50	45	5	225	— 5	25	125
50 60	55	18	990	5	25	450
60 70	65	3	195	15	225	675
70 80	75	2	156	25	625	1250
80 90	85	1	85	35	1225	1225
		$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 2000$			$\Sigma fd^2 = 7400$

समान्तर माध्य $(\overline{X}) = \frac{\Sigma fx}{N}$

$$= \frac{2000}{40} = 50$$

सूत्र के अनुसार

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$$

$$= \frac{7400}{40}$$

$$= 185$$

$$= 13\ 6$$

पद विचलन विधि (Step Deviation Method)

उदाहरण 16 पद विचलन विधि (Step Deviation Method) द्वारा निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए प्रमाप विचलन ज्ञात कीजिए

अक	15-20	20-25	25-30	30 35	35-40	40-45
विद्यार्थियों की सख्या	3	5	9	12	15	4

हल

यहा कल्पित माध्य से मदा का विचलन लीजिए और उस समापवर्तक अर्थात वर्गान्तर से भाग देकर लिखिए और उसे d से सम्बोधित कीजिए।

अत $d' = \frac{x-a}{i}$

यहाँ a = कल्पित माध्य

इस विधि के द्वारा प्रमाप विचलन ज्ञात करने का सूत्र इस प्रकार है

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2} \times i$$

कल्पित माध्य = 27 5

वर्गान्तर अ क	मध्य मूल्य (x)	(f)	(d)	(d^2)	(fd)	(fd'^2)
15 20	17 5	3	—2	4	—6	12
20 25	22 5	5	—1	1	—5	5
25-30	27 5	9	0	0	0	0
30-35	32 5	12	1	1	12	12
35-40	37 5	15	2	4	30	60
40 45	42 5	4	3	9	12	36
		$\Sigma f = 48$			$\Sigma fd = 43$	$\Sigma fd^2 = 125$

अब प्रमाप विचलन $= \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma} - \left(\frac{fd}{\Sigma f}\right)^2} \times i$

सूत्र के अनुसार

$$\sigma = \sqrt{\frac{125}{48} - \left(\frac{43}{48}\right)} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{125}{48} - \frac{1849}{2304}} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{4151}{2304}} \times 5$$

$$=\frac{64\ 4}{48}\times 5=6\ 7$$

उदाहरण 17 निम्नलिखित आवृति वितरण के लिए प्रमाप विचलन और विचर गुणाक (Coefficient of Variance) की गणना कीजिए

वर्गान्तर	0 6	6 12	12-18	18-24	24 30
आवृति	1	2	3	4	5

वर्गान्तर	मध्य मूल्य (x)	(f)	(fx)	(d)	(d)	(fd²)
0 6	3	1	3	—16	256	256
6 12	9	2	18	—10	100	200
12-18	15	3	45	— 4	16	48
18 24	21	4	84	2	4	16
24 30	27	5	135	8	64	320
		Σf=15	Σfx=285			Σfd²=840

समान्तर माध्य $=\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}=\frac{285}{15}$

$=19$

प्रमाप विचलन (σ) $=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$

$=\sqrt{\frac{840}{15}}$

$=\sqrt{56}=7\ 48$

विचरण गुणाक (Coefficient of Variance)

$=\frac{\sigma}{\bar{X}}\times 100$

$=\frac{7\ 48}{19}\times 100$

$=39\ 4$

5 लारेंज वक्र (Lorenz Curve)

अपविरण (Dispersion) का रेखीय प्रदर्शन लारेंज वक्र द्वारा किया जा

—

सकता है। अमरीका में एक अर्थ-सांख्यिकार डा० लारेंज पहले व्यक्ति थे जिन्होंने रेखीय विधि द्वारा धन के अपकिरण या विक्षेपण का अध्ययन किया था।

लारेंज वक्र बनाने की विधि

लारेंज वक्र एक सचीय प्रतिशत वक्र है। अतः इसको बनाने के लिए मदों के मूल्यों और आवृतियों को सचीय करना पड़ता है। इनका सचीय करने के पश्चात प्रत्येक योग को 100 मानकर प्रत्येक मूल्य और आवृति को प्रतिशत में परिवर्तित कर दिया जाता है और उन प्रतिशतों का योग कर लिया जाता है।

व्यक्तियों या जनसंख्या सञ्चित सचयी प्रतिशतों (Cumulated population Percentages) को X-अक्ष पर दिखाया जाता है और सचीय आय प्रतिशतों को Y अक्ष पर दिखाया जाता है। Y-अक्ष पर मापदण्ड (Scale) 0 से आरम्भ करके 100 तक लिया जाता है जब कि X-अक्ष का मापदण्ड (Scale) उल्टा चलता है अर्थात् 100 से आरम्भ करके 0 तक लिया जाता है। X-अक्ष पर 0 को Y-अक्ष के 100 से मिलाने से एक रेखा बन जायेगी। इस रेखा को समान वितरण रेखा (Line of Equal Distribution) कहा जाता है।

यदि वास्तविक वितरण रेखा (जो कि सचीय प्रतिशतों और सचीय जनसंख्या प्रतिशतों को अंकित करने में प्राप्त होती है) समान वितरण रेखा पर गिरती है तो वास्तविक आय वितरण समान होगी अर्थात् अपकिरण की मात्रा शून्य होगी। जितनी वास्तविक वितरण रेखा समान वितरण से दूर होगी अपकिरण या असमानता की मात्रा उतनी ही बढ़ती जाएगी। यदि दो लारेंज वक्रों में तुलना करनी हो तो जो वक्र, समान वितरण रेखा से अधिक दूरी पर होगी, उस श्रेणी में अपकिरण या असमानता की मात्रा अधिक होगी।

उदाहरण 18 निम्न आंकड़ों से (एक ही रेखा चित्र में) लारेंज वक्र बनाइये और उनकी व्याख्या कीजिए

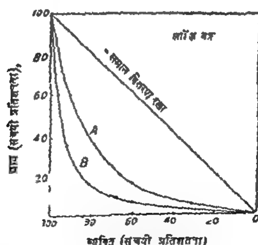
आय (हजार रु० में)	व्यक्तियों की संख्या (हजारों में)	
	देश (क)	देश (ख)
20	16	30
40	14	12
80	10	4
100	[illegible]	2
160	4	2

हल

उपरोक्त आकडो से लोरेंज वक्र बनाने के लिए मदो और उनकी आवृतियो को सचीय कर लिया जाता है और उनको प्रतिशता म वदल दिया जाता है जैसा कि निम्न सारणी मे किया गया है

आय हजार रु० मे	सचीय आय	सचीय प्रतिशत	देश (क)			देश (ख)		
			व्यक्तियो की सख्या हजारो म	सचीय सख्या	सचीय प्रति-शत	व्यक्ति-यो की सख्या हजारो म	सचीय सख्या	सचीय प्रतिशत
20	20	5	16	16	32	30	30	60
40	60	15	14	30	60	12	42	84
80	140	35	10	40	80	4	46	92
100	240	60	6	46	92	2	48	96
160	400	100	4	50	100	2	50	100

अब ऊपर बताई गई विधि के अनुसार दिए गए आकडो मे लारेंज वक्र को बनाते हैं। (देखिए निम्न रेखा चित्र 20 को)



रेखा चित्र 20

रेखा चित्र 20 को देखने से पता चलता है कि देश 'ग' मे आय वितरण असमान है क्योंकि 5 प्रतिशत आय 32 प्रतिशत व्यक्तियो के पास है 15 प्रतिशत

आय 60 प्रतिशत व्यक्तियो के पास है 35 % आय 80 % व्यक्तियो के पास है इत्यादि । ऐसीलिए वर्ग 'ब' की वास्तविक आय वितरण रेखा जो कि सचयी आय प्रतिशता और व्यक्तियो के सचयी प्रतिशता को अकित करके बनाई है समान वितरण रेखा (Line of Equal D tribution) से कुछ दूर हटी हुई है । परन्तु वर्ग 'स' मे आय वितरण वर्ग 'क' की अपेक्षा अधिक असमान है क्योकि आय का 5 प्रतिशत भाग 60 प्रतिशत व्यक्तियो के पास है आय का 15 प्रतिशत भाग 84 प्रतिशत व्यक्तियो के पास है इत्यादि । इसीलिए वर्ग 'स' की वास्तविक आय वितरण वक्र (जो कि सचयी आय प्रतिशतो और व्यक्तियो के सचयी प्रतिशता को अकित करके बनाई गई है) वर्ग 'क' की वास्तविक आय वितरण वक्र की अपेक्षा वास्तविक आय वितरण वक्र से अधिक दूरी पर है ।

इस प्रकार हम देखते है कि लारेंज वक्र आय वितरण के अध्ययन मे लाभदायक है । किन्तु लारेज वक्र मे त्रुटि यह है कि यह अपकिरण का सख्यात्मक मूल्य (Numerical Value) नही बताता है । यह केवल इतना ही बता सकती है कि कोई श्रृखला (Series) समान वितरण से कितनी दूरी पर हटी हुई है ।

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 अपकिरण मापन की विभिन्न रीतियो के सापेक्ष गुण व दोषो का वर्णन कीजिए ।

2 निम्नलिखित आकडो से विस्तार और विस्तार गुणाक ज्ञात कीजिए

X 1 1 1 1"0 142 175 187

(विस्तार=4 विस्तार गुणाक =0 132)

3 निम्न आकडो के लिए माध्य विचलन और प्रमाप विचलन की गणना कीजिए

मजदूरी (रु० मे)	व्यक्तियो की सख्या	मजदूरी (रु० मे)	व्यक्तियो की सख्या
0-4	5	12-16	15
4 8	7	16-20	7
8-12	10	20 24	6

(माध्य विचलन=4 83
प्रमाप विचलन=5 8

4 निम्न आकडो से चतुर्थक विचलन ज्ञात कीजिए

नाप	आवृति	नाप	आवृति
4 8	6	24-28	12
8-12	10	28 32	10
12-16	18	32-36	6
16 20	30	36-40	2
20-24	15		

(चतुर्थक विचलन (Q D)=5 20)

5 निम्न आकडो से अध-अन्तर चतुर्थक विस्तार और उसका गुणाक ज्ञात कीजिए

अक	विद्यार्थियों की सख्या	अक	विद्यार्थियों की सख्या
25 30	1	45 50	12
30-35	2	50 55	3
35-40	6	55 60	2
40-45	7	60-65	2

[सकेत अद्ध-अन्तर चतुर्थक विस्तार को विस्तार विचलन भी कहा जाता है।]

(अद्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार = 5)

(अद्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार गुणाक = 0 11)

6 निम्नलिखित श्रेणी के लिए माध्य विचलन (माध्य से) की गणना कीजिए

वर्ग	0 10	10-20	20 30	30-40	40 50
आवृति	5	8	15	16	6

(माध्य विचलन=9 44)

7 निम्न आकडो से माध्य विचलन तथा प्रमाप विचलन ज्ञात कीजिए

आकार	10	11	12	13	14
आवृति	3	12	18	12	3

(माध्य विचलन =0 75
प्रमाप विचलन =1)

8 निम्न आकडो से एक लारेंज वक्र (*Lorenz curve*) खीचिए

आय (हजार रु० में)	व्यक्तियो की सख्या (हजार मे) वर्ग 'क	वर्ग 'ख
10	8	15
20	7	6
40	5	2
50	3	1
80	2	1

9 निम्नलिखित आकड़ो मे प्रमाप विचलन तथा विचरण गुणाक ज्ञात कीजिए

मजदूरी (रु० मे)	मिलों को सख्या	मजदूरी (रु० मे)	मिलों को सख्या
0 10	12	0 50	155
10-20	30	50-60	202
20-30	65	60 70	222
30-40	107	70 80	230

$\begin{pmatrix} \sigma & = 17\ 26 \\ C\ V & = 42\ 7 \end{pmatrix}$

10 निम्न सारणी से समय विचलन और गुणाक को ज्ञात कीजिए

वर्ग	आवृत्ति	वग	आवृत्ति
0 10	25	40 50	25
10-20	15	50 60	10
20 30	23	60 70	5
30 40	25	70 80	10

$\begin{pmatrix} \sigma & = 19\ 76 \\ C\ V & = 56\ 2 \end{pmatrix}$

11 निम्न वितरण से विचरण गुणाक ज्ञात कीजिए

आयु वग	0 10	10 20	20 30	30-40
जनसख्या	10	12	24	32
आयु वग	40-50	50 60	60-70	70-80
जनसख्या	29	9	3	1

(C V =43 64)

12 निम्न दो श्रेणियो से प्रमाप विचलन ज्ञात कीजिए और बताइए कि कौन सी श्रेणी म अपकिरण अधिक है ?

भार (किलोग्राम मे)	20 30	30-40	40-50	50 60	60-70
श्रेणी 'क'	7	10	20	18	7
श्रेणी 'ख''	5	9	21	15	6

(श्रेणी "ख")

13 निम्न सारणी मे विद्यार्थियों की ऊँचाई दी गई है। चतुर्थक विचलन और चतुर्थक विचलन गुणाक ज्ञात कीजिए

ऊँचाई (सें० मी० म)	123	125	127	129	131	133
विद्यार्थियो की सख्या	24	22	26	24	14	22
ऊँचाई (सें० मी० म)	135	137	139			
विद्यार्थियो की सख्या	24	20	24			

(Q D =4 सें० मी०)
(Coeft of Q D =0 03)

14 निम्न आकडा से लघु विधि द्वारा प्रमाप विचलन का परिकलन कीजिए। उस सूत्र को भी बताइए जिसका आप प्रयोग करेंगे।

आयु (वर्षो म)	10 19	20 29	30-39	40 49
आवृत्ति	3	61	223	137
आयु (वर्षो म)	50-59	60-59	70-79	
आवृत्ति	531	19	4	

(σ= 1 15)

15 निम्न सारणी मे दो वर्गो "क" और ख' के व्यक्तियो की आय वितरण दी गई है। एक ही रेखाचित्र म उनकी लारज वक्र बनाइए और व्याख्या कीजिए

आय (हजार रु० मे)	व्यक्तियो की सख्या (हजारो म)	
	वर्ग क	वर्ग 'ख
10	8	15
20	7	6
40	5	2
50	3	1
80	2	1

(वर्ग ख म अधिक असमानता)

अध्याय 11

सह सम्बन्ध

(CORRELATION)

सहसम्बन्ध का तात्पर्य (Meaning of Correlation)

व्यवहार मे अनेक श्रेणियाँ ऐसी पाई जाती हैं जिनमे पारस्परिक सम्बन्ध होता है और जिनमे एक मे परिवर्तन होने मे दूसरी मे भी परिवर्तन होता है। उदाहरण के लिए वस्तु की माँग और पूर्ति ऊचाई और वजन पति की आयु और पत्नी की आयु, मुद्रा की मात्रा और मूल्य स्तर आदि। सांख्यिकी के विशेषज्ञो ने दो (या दो से अधिक) चरो के बीच सम्बन्ध को एक ही अंक मे व्यक्त करने के लिए एक उपकरण का निर्माण किया है जिसे सहसम्बन्ध (correlation) कहा जाता है। अत सहसम्बन्ध दो या दो से अधिक सम्बन्धित चरो जैसे आय और व्यय, वस्तु की माँग व पूर्ति, मुद्रा की मात्रा और मूल्य स्तर आदि के पारस्परिक सम्बन्ध को बताता है।

धनात्मक व ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Positive and Negative Correlation)

सहसम्बन्ध धनात्मक (Positive) या ऋणात्मक (Negative) हो सकता है। दो श्रेणियो के मूल्यो मे यदि एक दिशा मे परिवर्तन हो रहा है जैसे, एक के मूल्यो मे वृद्धि (या कमी) होने के फलस्वरूप दूसरी के मूल्यो में भी वृद्धि (या कमी) होती है तो ऐसे सहसम्बन्ध को धनात्मक सहसम्बन्ध कहते। उदाहरण के लिए अन्य बातें समान रहने पर यदि किसी वस्तु की माँग मे वृद्धि होने से उसके मूल्य मे वृद्धि होती है या माग मे कमी होने से उसके मूल्य मे कमी होती है तो माग और मूल्य का सहसम्बन्ध धनात्मक है। पर तु जब दो सम्बन्धित श्रेणियो मे से एक मे परिवर्तन दूसरी मे विपरीत दिशा मे होता है—जैसे एक मे वृद्धि (या कमी) होने से दूसरी मे कमी (या वृद्धि) होती है तो ऐसे सहसम्बन्ध को ऋणात्मक सहसम्बन्ध कहते। उदाहरण के लिए अन्य बातें समान रहने पर जब किसी वस्तु की पूर्ति के बढ़ने से उसके मूल्य मे कमी होती है या उसकी पूर्ति मे कमी होने से उसके मूल्य मे वृद्धि होती है तो वस्तु की पूर्ति और उसके मूल्य के सहसम्बन्ध को ऋणात्मक सहसम्बन्ध कहते।

सहसम्बन्ध मापन की विधियाँ (Methods of Measuring Correlation)

सहसम्बन्ध मापन की विभिन्न विधियो द्वारा यह पता लगाया जा सकता है कि दो (या दो से अधिक) चर मूल्यो मे सहसम्बन्ध है या नही और यदि है तो उसकी मात्रा क्या है?

ऊँचाई (सें० मी० म)	123	125	127
विद्यार्थियो की संख्या	24	22	26
ऊँचाई (सें० मी० म)	135	137	139
विद्यार्थियों की संख्या	24	20	24

(C

14 निम्न आकड़ो से लघु विधि द्वारा प
कीजिए। उस सूत्र को भी बताइए कि

आयु (वर्षों में)	10 19	20
[illegible]	3	(
आयु (वर्षों म)	50-59	(
आवृत्ति	531	

15 निम्न सारणी में दो वर्ग
आय वितरण दी गई है।
बनाइए और व्याख्या की

आय (हजार रु० में)	
10	
20	
40	
50	
80	

2 कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक (Karl Pearson's Coefficient of Correlation)

सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की यह विधि सबसे उत्तम है। इस विधि का प्रतिपादन कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) ने 1890 मे किया था। इस विधि के लिए दिए गए सूत्र को प्रयोग करने के लिए 'X' व 'Y' श्रेणियों के मदों या मूल्यों का विचलन (Deviation) समान्तर माध्य से लिया जाता है। कल्पित माध्य से विचलन लेने पर यह सूत्र प्रयोग नहीं हो सकता। सूत्र निम्नलिखित है

प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$r = \frac{\Sigma dxdy}{N\sigma x\sigma Y} \text{ या } \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \Sigma dy^2}}$$

गुणांक

Y) अर्थात् 'X' श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

अर्थात् 'Y' श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

विचलन

विचलन

$dx \times \Sigma dy$

N

$$\sqrt{\Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma dy)^2}{N}}$$

माध्य से विचलन

से विचलन

वजन मे कार्ल पियर्सन (Karl P

17 10

5 16

ज्ञात कीजिए।

X श्रेणी की समान्तर माध्य

समान्तर माध्य) से विचल

सहसम्बन्ध मापन की प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं

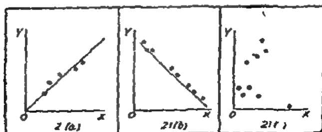
1 विक्षेप चित्र विधि (Scatter Diagram Method)

2 कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक (Karl Pearson s Coefficient of Correlation)

3 स्पियरमैन का क्रम सहसम्बन्ध गुणांक (Spearman s Coefficient of Rank Correlation)

1 विक्षेप चित्र विधि (Scatter Diagram Method)

विक्षेप चित्र के द्वारा दो श्रेणियों के चरों (Variables) में परस्पर सहसम्बन्ध की दिशा और मात्रा का पता चल जाता है। इस विधि के अनुसार अक्ष X पर स्वतन्त्र चर (Independent Variable) को दिखाया जाता है और अक्ष Y पर आश्रित चर (Dependent Variable) को लिया जाता है। इस प्रकार दोनों श्रेणियों के दो मूल्यों के लिए बिन्दुरेखा पत्र (Graph paper) पर एक बिन्दु अंकित किया जाता है। इस प्रकार दोनों श्रेणियों के समस्त मूल्यों के लिए अनेक बिन्दु अंकित कर लिए जाते हैं। इस प्रकार बिन्दु रेखा पत्र पर अनेक बिन्दु दिखाई देने लगते हैं। यदि सभी बिन्दु बायीं ओर के कोने से दायीं ओर के ऊपर वाले कोने तक एक सीधी रेखा के रूप में अंकित हुए हैं या उनकी प्रवृत्ति निश्चित रूप से इस ओर है तो दोनों श्रेणियों में धनात्मक सहसम्बन्ध (Positive Correlation) होता है जैसा कि चित्र (a) में दिखाया गया है। परन्तु जब स्थिति इसके विपरीत होती है अर्थात सभी बिन्दु बायीं ओर के ऊपर वाले कोने से दायीं ओर के नीचे वाले कोने तक एक सीधी रेखा के रूप में अंकित होते हैं या उनकी प्रवृत्ति निश्चित रूप से इस ओर है तो दोनों श्रेणियों में सहसम्बन्ध ऋणात्मक होता है जैसा कि चित्र (b) में दिखाया गया है। परन्तु जब विक्षेप चित्र में बिन्दु चारों ओर बिखरे होते हैं और उनमें कोई निश्चित प्रवृत्ति नहीं पाई जाती तो ऐसी परिस्थिति में सहसम्बन्ध का अभाव होता है या सहसम्बन्ध शून्य होता है जैसा कि चित्र (c) में दिखाया गया है।



रेखा चित्र 21

7 कार्ल पियरसन का सहसम्बन्ध गुणांक (Karl Pearson s Coefficient of Correlation)

सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात करने की यह विधि सबसे उत्तम है। इस विधि का प्रतिपादन कार्ल पियरसन (Karl Pearson) ने 1890 मे किया था। इस विधि के लिए दिए गये सूत्र को प्रयोग करने के लिए 'X' व 'Y' श्रेणियो के मदो या मूल्यो का विचलन (Deviation) समान्तर माध्य से लिया जाता है। कल्पित माध्य से विचलन लेने पर यह सूत्र प्रयोग नहीं हो सकता। सूत्र निम्नलिखित है

प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$r=\frac{\Sigma dxdy}{N\sigma x\sigma Y} \text{ या } \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \Sigma dy^2}}$$

जहाँ r=सहसम्बन्ध गुणाक

dx=$(X-\bar{X})$ अर्थात् 'X' श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

dy=$(Y-\bar{Y})$ अर्थात 'Y' श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

σx=श्रेणी X का प्रमाप विचलन

σy=श्रेणी Y का प्रमाप विचलन

N=मदो की सख्या

अप्रत्यक्ष विधि (Indirect Method)

$$r=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx \times \Sigma dy}{N}}{\sqrt{\Sigma dx^2-\frac{(\Sigma dx)^2}{N}} \times \sqrt{\Sigma dy^2-\frac{(\Sigma dy)^2}{N}}}$$

जहाँ dx=श्रेणी X का कल्पित माध्य से, विचलन

dy=श्रेणी Y का कल्पित माध्य से विचलन

N=मदो की सख्या

उदाहरण—1

निम्नलिखित आँकड़ो से लम्बाई और वजन म कार्ल पियरसन (Karl Pearson) का सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

लम्बाई (इचो में)	X	3	4	6	7	10
वजन (औंसों मे)	Y	9	11	14	15	16

हल करने की विधि

1 श्रेणी X व Y की समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

2 श्रेणी X के मूल्यो की $\bar{X}$ (अर्थात् X श्रेणी की समान्तर माध्य) से तथा श्रेणी Y के मूल्यो की (अर्थात $\bar{Y}$ श्रेणी की समान्तर माध्य) से विचलन लीजिए और इन्हे क्रमश dx व dy से सम्बोधित कीजिए।

3 विचलनों का वर्ग कर लीजिए और इन्हें क्रमश dx^2 और dy म सम्बोधित कीजिए ।

4 प्रत्येक dx और dy को आपस मे गुणा कीजिए और गुणनफल को dxdy का नाम दीजिए ।

5 सब कालमो का अलग-अलग योग कीजिए और इन योगो को क्रमश Σx, Σdx, Σdx^2, Σdy, Σdy^2 और $\Sigma dxdy$ से सम्बोधित कीजिए ।

6 अन्त मे सूत्र को अपनाकर सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए

हल

लम्बाई x	$(X-\bar{X})$ dx	dx^2	वजन y	$(Y-\bar{Y})$ dy	dy^2	dxdy
3	−3	9	9	−4	16	12
4	−2	4	11	−2	4	4
6	0	0	14	+1	1	0
7	+1	1	15	+2	4	2
10	+4	16	16	+3	9	12
$\Sigma x=30$	$\Sigma dx=0$	$\Sigma dx^2=30$	$\Sigma y=65$	$\Sigma dy=0$	$\Sigma dy^2=34$	$\Sigma dxdy=30$

X श्रेणी की समान्तर माध्य $=\frac{\Sigma x}{N}=\frac{30}{5}=6$

अत $\bar{X}=6$

y श्रेणी की समान्तर माध्य $=\frac{\Sigma y}{N}=\frac{65}{5}=13$

अत $\bar{Y}=13$

कार्ल पियर्सन के सहसम्बन्ध गुणांक सूत्र को अपनाइए

$$r=\frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \ \Sigma dy^2}}$$

$$=\frac{30}{\sqrt{30\times 34}}$$

$$=\frac{30}{31.94}$$

$$=0.939$$

इससे स्पष्ट है कि लम्बाई और वजन में उच्च धनात्मक सहसम्बन्ध है ।

उदाहरण—2

निम्न सारणी से "X" तथा Y' के मूल्यो मे कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) का सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए।

X	20	18	16	15	14	12	12	10	8	5
Y	12	16	10	14	12	10	9	8	7	2

हल

उदाहरण एक म दी गई विधि के अनुसार हल कीजिए

x	$(X-\bar{X})$ dx	dx^2	$(Y-\bar{Y})$ y	dy^2		dxdy
20	7	49	12	2	4	14
18	5	25	16	6	36	30
16	3	9	10	0	0	0
15	2	4	14	4	16	8
14	1	1	12	2	4	2
12	−1	1	10	0	0	0
12	−1	1	9	−1	1	1
10	−3	9	8	−2	4	6
8	−5	25	7	−3	9	15
5	−8	64	2	−8	64	64
$\Sigma x=130$	$\Sigma dx=0$	$\Sigma dx^2=188$	$\Sigma y=100$	$\Sigma dy=0$	$\Sigma dy^2=138$	$\Sigma dxdy=140$

Y श्रेणी की समान्तर माध्य $= \frac{\Sigma x}{N} = \frac{130}{10} = 13$

अत $\bar{X}=13$

Y श्रेणी की समान्तर माध्य $= \frac{\Sigma y}{N}$

$$= \frac{100}{10} = 10$$

अत $\bar{Y}=10$

कार्ल पियर्सन के सहसम्बन्ध गुणाक सूत्र को अपनाइए

$$r = \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \; \Sigma dy^2}}$$

$$= \frac{140}{\sqrt{188 \times 138}}$$

$$= 0.869$$

5 स्पियरमैन का क्रम सहसम्बन्ध गुणांक (*Spearman s Coefficient of Rank Correlation*)

क्रम-सहसम्बन्ध गुणांक (Coefficient of Rank Correlation) को ज्ञात करने की विधि का प्रतिपादन चार्ल्स स्पियरमैन (Charles Spearman) द्वारा किया गया था। सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की यह विधि कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) की विधि से बहुत सरल है। यह विधि श्रेणी के क्रमों (Ranks) के आधार पर दी गई है। श्रेणी के पदों या मूल्यों के आकार के अनुसार उनके क्रमों को निश्चित किया जाता है। सबसे बड़े आकार या मूल्य को पहला क्रम (Rank) दिया जाता है, उससे छोटे को दूसरा, उससे छोटे को तीसरा, फिर चौथा पाँचवाँ इत्यादि। क्रमों को विपरीत दिशा में भी दिया जा सकता है, जैसे श्रेणी के सबसे छोटे मूल्य को पहला क्रम दिया जाता है, उससे बड़े को दूसरा उससे ब[illegible] को तीसरा क्रम दिया जाता है इत्यादि। परन्तु दो श्रेणियों में क्रम देने की क्रम व्यवस्था एक जैसी होना चाहिए। जब श्रेणी में कोई मूल्य एक से अधिक बार आ जाये जैसे मान लीजिए कि एक मूल्य तीन बार आया है तो इन तीन मूल्यों को औसत क्रम (Averace rank) दिया जाता है अर्थात् इन तीनों मूल्यों के क्रम स्थानों का योग करके उनको तीन पर भाग कर लिया जाता है और जो भागफल होगा वही क्रम उन तीनों मूल्यों को दिया जाता है।

क्रम सहसम्बन्ध गुणांक (*Coefficient of Rank Correlation*) को ज्ञात करने का सूत्र इस प्रकार है

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

जहाँ R = क्रम सहसम्बन्ध गुण[illegible]

D = क्रमान्तर (Rank [illegible]

ΣD^2 = क्रमान्तरों के वर्गों [illegible]

N [illegible] (Pairs of [illegible]

अब हम [illegible] गुणांक ज्ञा[illegible]

द्वारा स्पष्ट कर[illegible]

उदाहरण—3

निम्नलिखि[illegible]

कोर्स[illegible]

1	36	56
2	50	35

हल करने की विधि

1 X व Y श्रेणियों में मूल्यों का क्रम लीजिए।

2 X श्रेणी के क्रमों (R_1) और Y श्रेणी के क्रमों (R_2) का अन्तर लीजिए और उन्हें D से सम्बोधित कीजिए।

3 इन अन्तरों (D) का वर्ग लीजिए और उनको D से सम्बोधित कीजिए।

4 D^2 अर्थात D के वर्गों का योग कर लीजिए और इनके योग को ΣD^2 से सम्बोधित कीजिए।

5 सूत्र अपनाकर क्रम सहसम्बन्ध गुणांक का मान ज्ञात कीजिए जैसे कि नीचे दिखाया गया है

हल

X	R_1	Y	R_2	R_1-R_2 D	D
36	7	50	6	1	1
56	3	35	9	6	36
20	9	70	3	6	36
65	1	25	10	9	81
42	6	58	5	1	1
33	8	75	2	6	36
44	5	60	4	1	1
50	4	45	7	3	9
15	10	80	1	9	81
60	2	38	8	6	36
N=10					$\Sigma D^2=318$

सूत्र को अपनाइए

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 318}{10^3 - 10}$$

$$= 1 - \frac{1908}{990}$$

$$= 1 - 1.927$$

$$= -0.927$$

उदाहरण—4

निम्नलिखित आकडा से X और Y म क्रम महसम्ब ध गुणाक को नात कीजिए

X	60	34	40	50	45	41	22	43	22	66	64	46
Y	75	32	34	40	45	33	12	30	36	72	41	57

हल

उदाहरण 3 मे दी गइ विधि के अनुसार हल कीजिए

X	R_1	Y	R_2	R_1 R D	D^2
60	3	75	1	2	4
34	11	32	10	1	1
40	10	34	8	2	4
50	4	40	6	—2	4
45	6	45	4	2	4
41	9	33	9	0	0
22	12	12	12	0	0
43	7	30	11	—4	16
42	8	36	7	1	1
66	1	72	2	—1	1
64	2	41	5	—3	9
46	5	57	3	2	4
N=12					$\Sigma D^2 = 48$

चाल्र्स स्पियरमन (Charles Spearman) क क्रम-महसम्बन्ध गुणाक सूत्र का अपना.इए ।

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 48}{12(12^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{288}{1728-12}$$

$$= 1 - \frac{288}{1716} = \frac{119}{143}$$

$$= +0.832$$

चर के समान मूल्यों को क्रम देने की विधि (Method of Ranking Equal Value of Vaariate)

उदाहरण—5

निम्न सारणी से X और Y के मूल्यों में स्पियरमैन (Spearman) का सह-सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

X	41	40	40	39	38	38	37	36	36	35
Y	80	79	78	77	77	76	76	75	72	65

हल।

जब दो या दो से अधिक मूल्य बराबर आकार के होते हैं तो उन्हें बराबर स्थान या क्रम दिया जाता है। यह क्रम औसत क्रम या स्थान होता है। उपरोक्त उदाहरण में X श्रेणी में मूल्य 40 दो बार आया है अतः 40 के दो क्रम हैं—2 और 3। इसलिए इन्हें औसत क्रम दिया जायेगा जो कि $\frac{2+3}{2}=2.5$ है। अतः इन दो मूल्यों का क्रम (rank) 2.5 होगा। इसी प्रकार मूल्य 38 भी दो बार आया है और श्रेणी में मूल्य 38 का क्रम 5 और 6 है। अतः दोनों का औसत स्थान या क्रम $\frac{5+6}{2}=5.5$ होगा। मूल्य 36 जोकि दो बार आया है का औसत क्रम 8.5 होगा। इसी प्रकार हम Y श्रेणी के समान आकार वाले मूल्यों को औसत क्रम देते हैं। निम्न सारणी में 'X' और 'Y' श्रेणियों के समान आकार वाले मूल्यों का क्रम उपरोक्त विधि के अनुसार ही दिये गये हैं। सह-सम्बन्ध ज्ञात करने की शेष विधि पहले जैसी ही है।

X	R_1	Y	R_2	R_1-R_2 D	D^2
41	1	80	1	0.0	0.00
40	2.5	79	2	0.5	0.25
40	2.5	78	3	−0.5	0.25
39	4	77	4.5	−0.5	0.25
38	5.5	77	4.5	1.0	1.00
38	5.5	76	6.5	−1.0	1.00
37	7	76	6.5	0.5	0.25
36	8.5	75	8	0.5	0.25
36	8.5	72	9	−0.5	0.25
35	10	65	10	0.0	0.00
N=10					$\Sigma D^2=3.50$

अब स्पियरमैन के सहसम्बन्ध गुणांक सूत्र का अपनाइए

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 3.50}{10(10^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{21}{1000 - 10}$$

$$= 1 - \frac{21}{990}$$

$$= \frac{969}{990} = +0.979$$

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 निम्न आंकड़ों से नियोजित पूंजी तथा प्राप्त लाभ में सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

नियोजित पूंजी (हजार रु० में)	10	20	30	40	50	60	70
प्राप्त लाभ	2	4	8	5	10	15	14

नियोजित पूंजी (हजार रु० में)	80	90	100
प्राप्त लाभ	20	22	30

($r = +0.96$)

2 अर्थशास्त्र और इतिहास में परीक्षा देने वाले 10 छात्रों ने निम्नलिखित अंक प्राप्त किए हैं। इनमें सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

अर्थशास्त्र	20	30	27	17	19	23	35
इतिहास	18	35	20	18	25	28	33

अर्थशास्त्र	13	16	38
इतिहास	18	20	40

($r = +0.856$)

3 निम्नलिखित आंकड़ों से कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए

पतियों की आयु	20	30	40	50	60	70	80
पत्नियों की आयु	14	25	30	32	40	45	65

($r = +0.96$)

4 निम्न आकड़ो से पत्नियो व पतियो की आयु सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

पतियो की आयु	23	27	28	[illegible]	29	30
पत्नियो की आयु	18	20	22	27	21	29
पतियों की आयु	31	33	35	36		
पत्नियो की आयु	27	29	28	29		

($r = +0$ 82)

5 निम्न आकड़ो से चार्ल्स पियरसन का क्रम-सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

x	60	34	40	50	45	41	22	43
y	75	32	34	40	45	33	12	30
x	42	66	64	46				
y	36	72	41	57				

($R = +0$ 82)

6 निम्न आकड़ा से स्पीयरमैन का क्रम सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

x	75	88	95	70	60	80	81	50
y	120	134	150	115	110	140	142	100

($R = 0$ 93)

7 निम्न आकड़ा से क्रम सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

x	87	22	35	75	37
y	29	63	52	46	48

($R = -1$)

अब स्पियरमैन के सहसम्बन्ध गुणांक सूत्र को अपनाइए

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 3.50}{10\,(10^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{21}{1000-10}$$

$$= 1 - \frac{21}{990}$$

$$= \frac{969}{990} = +0.979$$

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 निम्न आकड़ो से नियोजित पूजी तथा प्राप्त लाभ मे सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए ।

नियोजित पूजी (हजार रु० मे)	10	20	30	40	50	60	70
प्राप्त लाभ	2	4	8	5	10	15	14

नियोजित पूजी (हजार रु० मे)	80	90	100
प्राप्त लाभ	20	22	30

($r = +0.96$)

2 अर्थशास्त्र और इतिहास मे परीक्षा देने वाले 10 छात्रा ने निम्नलिखित अक प्राप्त किए हैं । इनमे सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए ।

अर्थशास्त्र	20	30	27	17	19	23	35
इतिहास	18	35	20	18	25	28	33

अर्थशास्त्र	13	16	38
इतिहास	18	20	40

($r = +0.856$)

3 निम्नलिखित आकड़ो से कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणाक ज्ञात कीजिए

पतियो की आयु	20	30	40	50	60	70	80
पत्नियो की आयु	14	25	30	32	40	45	65

($r = +0.96$)

(4) सूचकांक अनेक प्रकार के अन्य परिवर्तनों की जानकारी के लिए प्रयोग किये जाते हैं, जैसे जनसंख्या, कृषि एवं औद्योगिक उत्पादन, निर्यात और आयात।

सूचकांक बनाने में समस्याएँ (Problems in the Construction of Index Numbers)

सूचकांक बनाने मे अनेक समस्याएं सामने आती है जोकि निम्नलिखित है

(1) आधार वर्ष का चुनाव (Selection of the Base Year)

एक अच्छे आधार वर्ष का चुनाव कठिन होता है क्योंकि एक अच्छा आधार वर्ष वह होता है जिसमें कोई विषम घटना न घटी हो। आधार वर्ष का चुनाव सूचकांक बनाने के उद्देश्य पर बहुत कुछ निर्भर करता है। फिर भी इसके चुनाव में बड़ी सावधानी से काम करना चाहिए।

(2) प्रतिनिधि वस्तुओं का चुनाव (Selection of Representative Goods)

सूचकांक बनाते समय हमारी दूसरी समस्या प्रतिनिधि वस्तुओं का चुनाव है। वस्तुओं का चुनाव भी सूचकांक बनाने के उद्देश्य पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए यदि हम श्रमिकों के रहन-सहन व्यय में परिवर्तन को मापने के लिए सूचकांक बनाना चाहते है तो हमें ऐसी वस्तुओं को छांटना पड़ेगा जो अधिकतया उस श्रम वर्ग द्वारा उपभोग की जाती है। इससे स्पष्ट है कि प्रतिनिधि वस्तुओं के चुनाव में कठिनाई होती है।

(3) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)

इस सम्बन्ध में हमारी तीसरी समस्या प्रतिनिधि मूल्यों को मालूम करना है। वस्तुओं के मूल्य किस बाजार से लिए जाएं, क्या वह थोक मूल्य (Wholesale Prices) हों या फुटकर मूल्य (Retail Prices) हों ? इत्यादि समस्याएँ हैं। इन समस्याओं का समाधान भी सूचकांक के उद्देश्य से प्रभावित होता है।

(4) वस्तुओं को भार देना (Attaching Weightage)

भारित सूचकांक मालूम करने के लिए हम वस्तुओं को भार या महत्व देना पड़ता है। कितना भी प्रयत्न क्या न किया जाय, प्रत्येक दशा में वस्तुओं को दिया गया भार यथार्थ न होकर अनुमानजनक ही होता है, क्योंकि व्यक्तियों की रुचियों में परिवर्तन होता रहता है और परिवर्तनों के साथ ही वस्तुओं का भार। महत्व भी बदलता रहता है। इस प्रकार वस्तुओं को भार देना एक जटिल है।

माध्य या औसत का चुनाव (Selection of Suitable Average)

हमारी अन्तिम समस्या यह है कि सूचकांक की रचना में किस माध्य का जाय। व्यवहार में हरात्मक म तथा न्यूयिष्ठक सूचकांक की रचना नहीं होते। मध्यका का प्रयोग भी बहुत कम किया जाता है। गुणोत्तर

अध्याय 12

सूचकांक

(INDEX NUMBERS)

सूचकांक की परिभाषा (Definition of Index Numbers)

सूचकांक एक विशेष प्रकार का माध्य है जो प्रतिशतता में व्यक्त किया जाता है। सूचकांकों की सहायता से हम काल श्रेणी (Time Series) और स्थान श्रेणी (Spatial Series) की केन्द्रीय प्रवृत्ति (Central Tendency) का मापन कर सकते हैं। सूचकांक समूह के सापेक्षिक परिवर्तनों (Relative Changes) को प्रकट करते हैं। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि सूचकांक काल श्रेणी और स्थान श्रेणी में हुए औसत परिवर्तनों को सापेक्ष रूप से प्रकट करते हैं। स्पीगल (Speegal) ने सूचकांक की परिभाषा इस प्रकार दी है "सूचकांक एक सांख्यकीय माप है जो समय, स्थान या किसी अन्य विशेषता के आधार पर किसी चर मूल्य या सम्बन्धित चर मूल्यों में होने वाले परिवर्तनों को प्रकट करता है।"

सूचकांक का महत्व (Importance of Index Number)

अर्थशास्त्र में सूचकांकों का अत्याधिक महत्व है। इनका प्रयोग अर्थशास्त्र के अनेक क्षेत्रों जैसे उत्पादन, व्यापार, मूल्य आदि में होता है। उदाहरण के लिए सूचकांक सामान्य मूल्य स्तर में होने वाले परिवर्तनों का मापन करते हैं जिसके आधार पर वेतन, महँगाई भत्ता आदि निश्चित किये जाते हैं। सूचकांकों की सहायता से उत्पादन, राष्ट्रीय आय, व्यापार इत्यादि में होने वाले परिवर्तनों का भी पता चल जाता है और भविष्य में होने वाले परिवर्तनों का भी अनुमान लगाया जा सकता है। इसीलिए सूचकांकों को आर्थिक वायुमापक (Economic Barometer) भी कहा जाता है।

सूचकांकों के महत्व का ज्ञान इनके निम्नलिखित प्रयोगों से हो जाता है

(1) सामान्य मूल्य सूचकांक सरकार को एक उचित कीमत नीति बनाने में सहायता करते हैं।

(2) निर्वाह लागत सूचकांक (Cost of Living Index Number) वेतन निश्चित करने तथा श्रम के वेतन व महँगाई भत्ते सम्बन्धित झगड़ों (Labour disputes) को सुलझाने में सहायता करते हैं।

(3) सूचकांक काल श्रेणी में हुए परिवर्तनों को सरल रूप से प्रकट करते हैं और इनकी सहायता से भविष्य में होने वाले परिवर्तनों का अनुमान लगाया जा सकता है।

(4) सूचकांक अनेक प्रकार के अन्य परिवर्तनों की जानकारी के लिए प्रयोग किये जाते है, जैसे जनसंख्या, कृषि एवं औद्योगिक उत्पादन, निर्यात और आयात।

सूचकांक बनाने में समस्याएँ (Problems in the Construction of Index Numbers)

सूचकांक बनाने में अनेक समस्याएँ सामने आती है जोकि निम्नलिखित है

(1) आधार वर्ष का चुनाव (Selection of the Base Year)

एक अच्छे आधार वर्ष का चुनाव कठिन होता है क्योंकि एक अच्छा आधार वर्ष वह होता है जिसमें कोई विषम घटना न घटी हो। आधार वर्ष का चुनाव सूचकांक बनाने के उद्देश्य पर बहुत कुछ निर्भर करता है। फिर भी इसके चुनाव में बड़ी सावधानी से काम करना चाहिए।

(2) प्रतिनिधि वस्तुओं का चुनाव (Selection of Representative Goods)

सूचकांक बनाते समय हमारी दूसरी समस्या प्रतिनिधि वस्तुओं का चुनाव है। वस्तुओं का चुनाव भी सूचकांक बनाने के उद्देश्य पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए यदि हम श्रमिकों के रहन सहन व्यय में परिवर्तन को मापने के लिए सूचकांक बनाना चाहते है तो हम ऐसी वस्तुओं को छाँटना पड़ेगा जो अधिकतया उस श्रम वर्ग द्वारा उपभोग की जाती है। इससे स्पष्ट है कि प्रतिनिधि वस्तुओं के चुनाव में कठिनाई होती है।

(3) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)

इस सम्बन्ध में हमारी तीसरी समस्या प्रतिनिधि मूल्यों को मालूम करना है। वस्तुओं के मूल्य किस बाजार से लिए जाएं, क्या वह थोक मूल्य (Wholesale Prices) हो या फुटकर मूल्य (Retail Prices) हो ? इत्यादि समस्याएँ हैं। इन समस्याओं का समाधान भी सूचकांक के उद्देश्य से प्रभावित होता है।

(4) वस्तुओं को भार देना (Attaching Weightage)

वास्तविक सूचकांक मालूम करने के लिए हमें वस्तुओं को भार या महत्व देना पड़ता है। कितना भी प्रयत्न क्यों न किया जाय, प्रत्येक दशा में वस्तुओं को दिया गया भार यथार्थ न होकर अनुमानजनक ही होता है, क्योंकि व्यक्तियों की रुचियों में परिवर्तन होता रहता है और परिवर्तनों के साथ ही वस्तुओं का भार या महत्व भी बदलता रहता है। इस प्रकार वस्तुओं को भार देना एक जटिल समस्या है।

(5) उपयुक्त माध्य या औसत का चुनाव (Selection of Suitable Average)

हमारी अन्तिम समस्या यह है कि सूचकांक की रचना में किस माध्य का प्रयोग किया जाये। व्यवहार में हरात्मक व बहुलक तथा भूयिष्ठक सूचकांक की रचना में प्रयोग नहीं होते। मध्यका का प्रयोग भी बहुत कम किया जाता है। गुणोत्तर

माध्य सूचकांक की रचना में सर्वश्रेष्ठ माना जाता है परन्तु गुणोत्तर माध्य की गणना क्रिया अति कठिन है। अत व्यवहार मे इसका प्रयोग भी कम होता है। इसलिए व्यवहार मे समान्तर माध्य का प्रयोग अधिक होता है परन्तु समान्तर माध्य श्रेणी के असाधारण व सीमान्त मूल्यो (Extreme items) से अधिक प्रभावित होता है।

सूचकांक निर्माण की विधियाँ (Methods of Construction of Index Numbers)

सूचकांक दो प्रकार के होते हैं

(क) साधारण या अभारित सूचकांकें (Simple or unweighted index numbers) और

(ख) भारित सूचकांक (Weighted index numbers)

साधारण सूचकांक मे सभी वस्तुओं को समान भार या महत्व दिया जाता है जब कि भारित सूचकांक मे विभिन्न वस्तुओं से सम्बन्धित भारों को ध्यान में रखकर सूचकांकों का निर्माण किया जाता है।

सूचकांक निर्माण की निम्नलिखित विधियाँ हैं

(क) साधारण समूह विधि (Simple Aggregative Method)

साधारण या अभारित समूह विधि से सूचकांकें बनाने के लिए वर्तमान वर्ष के मूल्यों के योग को आधार वर्ष के मूल्यों के योग से भाग दिया जाता है और इस अनुपात को 100 से गुणा कर दिया जाता है। सूत्र निम्नलिखित है

$$Po_1 = \frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$$

जहाँ Po_1 = वर्तमान वर्ष का मूल्य सूचकांक

Σp_1 = वर्तमान वर्ष के मूल्यों का योग

Σp_0 = आधार वर्ष के मूल्यों का योग

उदाहरण

निम्नलिखित आकडों मे 1971 को आधार मान कर 1976 के लिए सूचकांक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	इकाई	1971 मे मूल्य (रु० में)	1976 मे मूल्य (रु० में)
गेहूं	प्रति 40 किलो	40	60
चावल	प्रति 40 किलो	60	90
दाल	प्रति किलो	2	4
घी	प्रति किलो	10	15
चीनी	प्रति किलो	4	5
ईंधन	प्रति 40 किलो	10	12

हल

गणना के पद

(1) आधार वर्ष में विभिन्न वस्तुओं के मूल्यों (p_0) का योग कर लीजिए और इसे Σp_0 से सम्बोधित कीजिए।

(2) वर्तमान वर्ष में विभिन्न वस्तुओं के मूल्यों (p_1) का योग कर लीजिए और इसे p_1 से सम्बोधित कीजिए।

(3) Σp_1 को Σp_0 से भाग दीजिए और प्राप्त अनुपात को 100 से गुणा कीजिए।

मूल्य सूचकांक की रचना

वस्तुएं	इकाई	1971 में मूल्य (रु० में) (p_0)	1976 में मूल्य (रु० में) (p_1)
गेहूँ	प्रति 40 किलो	40	60
चावल	प्रति 40 किलो	60	90
दाल	प्रति किलो	2	4
घी	प्रति किलो	10	15
चीनी	प्रति किलो	4	5
ईंधन	प्रति 40 किलो	10	12
		$\Sigma p_0 = 126$	$\Sigma p_1 = 186$

सूत्र के अनुसार—

$$P_{01} = \frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$$

$$= \frac{186}{126} \times 100$$

$$= 147.6$$

अतः साधारण समूह सूचकांक = 147.6

अर्थात् 1971 की तुलना में 1976 में वस्तुओं के मूल्य में 47.6 प्रतिशत वृद्धि हुई है।

(ख) साधारण मूल्यानुपात माध्य विधि (Simple Average of Price Relative Method)

इस विधि के अनुसार पहले विभिन्न वस्तुओं या मदों के मूल्यानुपात ज्ञात

आधार वर्ष के मूल्य से भाग दिया जाता है और 100 से गुणा किया जाता है जैसे $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ तत्पश्चात सभी वस्तुओ के मूल्यानुपात के योग को उनकी संख्या से भाग दिया जाता है जैसाकि निम्न सूत्र से स्पष्ट है

$$\text{साधारण मूल्य अनुपात सूचकांक } (P_{01}) = \frac{\Sigma\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)}{N}$$

जहाँ $\Sigma\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ = वस्तुओं के मूल्यानुपातों का योग

N = वस्तुओं की संख्या

उदाहरण—2

निम्न आकड़ो से 1971 को आधार वर्ष मान कर 1976 के लिए मूल्यानुपात विधि द्वारा सूचकांक ज्ञात कीजिए ।

वस्तुएं	इकाई	1971 में मूल्य (रु० में)	1976 में मूल्य (रु० में)
गेहूँ	प्रति 40 किलो	40	60
चावल	प्रति 40 किलो	60	90
दाल	प्रति किलो	2	4
घी	प्रति किलो	10	15
चीनी	प्रति किलो	4	5
इंधन (कोयला)	प्रति 40 किलो	10	12

हल

साधारण मूल्यानुपात विधि द्वारा सूचकांक

वस्तुएँ	इकाई	1971 में मूल्य (रु० में) p_0	1976 में मूल्य (रु० में) p_1	मूल्यानुपात $\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$
गेहूँ	प्रति 40 किलो	40	60	$\frac{60}{40} \times 100 = 150$
चावल	प्रति 40 किलो	0	90	$\frac{90}{60} \times 100 = 150$

दाल	प्रति किलो	2	4	$\frac{4}{2}\times 100=200$
घी	प्रति किलो	10	15	$\frac{15}{10}\times 100=150$
चीनी	प्रति किलो	4	5	$\frac{5}{4}\times 100=125$
इंधन (कोयला)	प्रति 40 किलो	10	12	$\frac{12}{10}\times 100=120$
यहाँ	$N=6$			$\Sigma(\frac{p_1}{p_0}\times 100)=895$

सूत्र के अनुसार

साधारण मूल्यानुपात सूचकांक

$$(P_{01})=\frac{\Sigma(\frac{p_1}{p_0}\times 100)}{N}$$

$$\text{अत}\quad P_{01}=\frac{895}{6}$$

$$=149.2$$

अर्थात 1971 की तुलना मे 1976 म वस्तुओ के मूल्य म 49.2 प्रतिशत की वृद्धि हुई है।

(ग) भारित समूह विधि (Weighted Aggregative Method)

इस विधि को भारित समूह व्यय विधि (Aggregative expenditure method) भी कहा जाता है। भारित समूह विधि द्वारा सूचकांक निर्माण के लिए अनेक सख्यकारो (Statisticians) ने अपने-अपने सूत्र दिए हैं। परन्तु हम केवल लास्पेरेस (Laspeyres) द्वारा दी गई विधि का ही अध्ययन करेंगे क्योंकि यह विधि अधिक प्रयोग म लाई जाती है। इस विधि मे आधार वर्ष की वस्तुओ की मात्रा को भार (Weight) माना जाता है और उसे q_0 से सम्बोधित किया जाता है। भारित समूह सूचकांक ज्ञात करने के लिए लेस्पेरेस द्वारा दिया गया सूत्र निम्नलिखित है

$$P_{01}=\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\times 100$$

जहाँ $\bar{P}_{01}$ = भारित समूह सूचकांक

q_0 = आधार वर्ष में वस्तुओं की मात्रा (या भार)

P_0 = आधार वर्ष में वस्तुओं के मूल्य

P_1 = वर्तमान वर्ष में वस्तुओं के मूल्य

उदाहरण—3

निम्नलिखित आँकड़ों से लॅस्परेस विधि के अनुसार 1971 वर्ष को आधार मान कर 1977 के लिए भारित समूह सूचकांक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	मात्रा (भार)	1971 में मूल्य (रु० में)	1977 में मूल्य (रु० में)
क	14	6	12
ख	10	15	18
ग	7	12	24
घ	[illegible]	9	12
ङ	6	10	15

हल

गणना के पद

1 आधार वर्ष में वस्तु के मूल्य (p_0) को आधार वर्ष में वस्तु की मात्रा (q_0) से गुणा करके p_0q_0 प्राप्त कर लीजिए।

2 वर्तमान वर्ष में वस्तु के मूल्य (p_1) को आधार वर्ष में वस्तु की मात्रा (q_0) से गुणा करके p_1q_0 प्राप्त कीजिए फिर उनका योग करके Σp_1q_0 प्राप्त कीजिए।

3 Σp_1q_0 को Σp_0q_0 से भाग दीजिए और भागफल को 100 से गुणा करके भारित समूह सूचकांक ज्ञात कीजिए।

भारित समूह सूचकांक का निर्माण (Construction of Weighted Aggregative Index Numbers)

वस्तुएँ	मात्रा (भार) q_0	1971 में मूल्य (रु० में) p_0	1976 में मूल्य (रु० में) p_1	p_0q_0	p_1q_0
क	14	6	12	84	168
ख	10	15	18	150	180
ग	7	12	24	84	168
घ	8	9	12	72	96
ङ	6	10	15	60	90
				$\Sigma p_0q_0 = 450$	$\Sigma p_1q_0 = 702$

सूत्र के अनुसार

$$\text{भारित समूह सूचकांक } (P_{01}) = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{702}{450} \times 100$$

$$= 156$$

अर्थात 1971 की तुलना मे 1977 मे वस्तुओं के मूल्य मे 36 प्रतिशत की वृद्धि हुई है

(ब) मूल्यानुपातों का भारित माध्यविधि (Weighted Average of Price Relative Method)

इस विधि के अन्तर्गत सबप्रथम प्रत्येक वस्तु के मूल्य का मूल्यानुपात (price relative) को ज्ञात कीजिए

$$\text{मूल्यानुपात} = \frac{p_1}{p_0} \times 100$$

इसके पश्चात् प्रत्येक वस्तु के मूल्यानुपात को उसके भार ($p_0 q_0$) से गुणा करके प्रत्यक वस्तु का $\left(\frac{p_1}{q_0} \times 100\right) \times p_0 q_0$ ज्ञात कीजिए। फिर इन सब का योग करके $\Sigma \left(\frac{P_1}{P_0} \times 100\right) \times P_0 q_0$ को प्राप्त कीजिए। अन्त मे $\Sigma \left(\frac{P_1}{P_0} \times 100\right) \times p_0 q_0$ को $\Sigma p_0 q_0$ पर भाग देकर मूल्यानुपातो का भारित माध्य सूचकांक प्राप्त कीजिए। सूत्र निम्नलिखित है।

$$P_{01} = \frac{\Sigma \left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right) \times p_0 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$$

$$\text{उपभोक्ता मूल्य सूचकांक} = \frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$$

जहाँ P = वस्तु के मूल्य का मूल्यानुपात

अर्थात् $\frac{p_1}{p_0} \times 100$

$V = p_0 q_0$

$$\Sigma PV = \Sigma\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right) \times p_0 q_0$$

निम्नलिखित आँकडो से मूल्यानुपातो का भारित माध्य लेकर सूचकाक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	मात्रा (भार)	1971 म मूल्य (रु० मे)	1976 मे मूल्य (रु० मे)
क	14	6	12
ख	10	15	18
ग	7	12	24
घ	8	9	12
ङ	6	10	15

हल

मूल्यानुपातो का भारित माध्य द्वारा सूचकाक निर्माण

वस्तुएं	मात्रा (भार) q_0	1971 मे मूल्य (रु० म) p_0	1976 में मूल्य (रु० मे) p_1	p_0q_0 V	$p_1p_0 \times 100$ P	$p_1/p_0 \times 100 \times p_0q_0$ PV
क	14	6	12	84	$\frac{12}{6} \times 10 = 200$	16 800
ख	10	15	18	150	$\frac{18}{15} \times 100 = 120$	18 000
	7	12	24	84	$\frac{24}{12} \times 100 = 200$	16,800
घ	8	9	12	72	$\frac{12}{9} \times 100 = \frac{400}{3}$	9,600
ङ	[illegible]	10	15	60	$\frac{15}{12} \times 100 = 150$	9,000
				$\Sigma p_0q_0 = 450$		$\Sigma p_1/p_0 \times 100 \times p_0q_0 = 70200$
	या			$\Sigma V = 450$	या	$\Sigma PV = 70200$

उपरोक्त सूत्र के अनुसार

मूल्यानुपाता का भारित माध्य सूचकाक $(P_{01}) = \dfrac{\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times 100 \times \Sigma p_0q_0}{}$

अथवा
$$= \frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$$
$$= \frac{70200}{450}$$
$$= 156$$

उदाहरण—5

निम्नलिखित आँकडो से उपभोक्ता मूल्य सूचकाक का निर्माण कीजिए

वस्तुएँ	मात्रा (भार)	इकाई	1971 मे मूल्य (रु० मे)	1973 मे मूल्य (रु० मे)
आटा	30	प्रति किलो	1 00	1 50
चावल	15	प्रति किलो	2 00	3 00
दाल	2	प्रति किलो	2 00	4 00
घी	5	प्रति किलो	10 00	15 00
चीनी	7	प्रति किलो	3 00	5 00

भारित समूह विधि द्वारा उपभोक्ता मूल्य सूचकाक का निर्माण कीजिए।

उपभोक्ता मूल्य सूचकाक का निर्माण

वस्तुएँ	मात्रा (भार) q_0	इकाई	1971 मे मूल्य (रु० मे) p_0	1973 मे मूल्य (रु० मे) p_1	p_0q_0	p_1q_0
आटा	30	प्रति किलो	1 00	1 50	30 00	45 00
चावल	15	प्रति किलो	2 00	3 00	30 00	45 00
दाल	2	प्रति किलो	2 00	3 00	4 00	6 00
घी	5	प्रति किलो	10 00	15 00	50 00	75 00
चीनी	7	प्रति किलो	3 00	5 00	21 00	35 00
					$\Sigma p_0q_0 = 135$	$\Sigma p_1q_0 = 206$

$$\text{उपभोक्ता मूल्य सूचकांक} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$
$$= \frac{206}{135} \times 100$$
$$= 152\ 6$$

अर्थात् 1971 की तुलना मे 1973 में उपभोक्ता मूल्य सूचकांक मे 52 6 प्रतिशत की वृद्धि हुई।

अभ्यास के लिए प्रश्न

1 सूचकांक की परिभाषा दीजिए। इनके निर्माण मे कौन-कौन सी समस्याएँ आती हैं ?

2 सूचकांको के महत्त्व का उल्लेख कीजिए।

3 सूचकांक किस प्रकार बनाये जाते हैं ? सूचकांक में भार प्रदान करने का क्या महत्त्व है ?

4 निम्न आंकड़ो से (क) सरल समूह विधि द्वारा तथा (ख) मूल्यानुपात माध्य विधि द्वारा—सूचकांक ज्ञात कीजिए।

वस्तुएँ	1974 मे मूल्य (रु० में)	1975 मे मूल्य (रु० में)
क	40	50
ख	60	60
ग	20	30
घ	50	70
ङ	80	90
च	100	100

(P_{01} = (क) 117, (ख) 122 9)

5 निम्न आंकड़ो मे लेस्परेस विधि द्वारा सूचकांक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	मात्रा	आधार वर्ष 1975 मे मूल्य (रु० में)	प्रचलित वर्ष 1976 मे मूल्य (रु० में)
क	20	4	6
ख	15	3	5
ग	25	2	3
घ	10	5	5

9 निम्न आँकडा स 1977 के लिए 1971 को आधार मानकर मूल्यानुपाता के भारित माध्य सूचकाक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	भार	मूल्य (1971) प्रति इकाई (रु० मे)	मूल्य (1977) प्रति इकाई (रु० म)
क	40	16 00	20 00
ख	25	40 00	60 00
ग	5	0 50	0 50
घ	20	5 25	6 25
ङ	10	2 00	1 50

(P_{01}=154 80)

10 निम्न आँकडा स 1978 के लिए साधारण मूल्य अनुपात माध्य सूचकाक ज्ञात कीजिए

वस्तुएँ	इकाई	मूल्य (1976) (रु० म)	मूल्य (1978) (रु० मे)
गेहूँ	प्रति क्विटल	140	160
चावल	प्रति क्विटल	340	560
दाल	प्रति क्विटल	250	375
घी	प्रति किलो	8	12
चीनी	प्रति किलो	2	4
सोना	प्रति ग्राम	60	65

(P_{01}=121 46)

11 निम्न आकडा म 1971 के लिए 1970 का आधार वर्ष मानकर साधारण मूल्यानुपात सूचकाक ज्ञात कीजिए

वस्तुए	मूल्य (रु० मे) 1970	मूल्य (रु० मे) 1971
क	100	100
ख	10	9
ग	5	4
घ	4	2
ङ	1	1
च	2	2 50
छ	3	3 25

(P_{01}=93 3)

परिशिष्ट

साख्यिकीय माप-सूत्र

(FORMULAE)

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप (Measures of Central Tendency)

(1) समान्तर माध्य (Arithmetic Mean)

(क) व्यक्तिगत शृंखलाएँ (Individual Series)

(i) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$\bar{X}=\frac{\Sigma X}{N}$$

=जहाँ $\bar{X}$=समान्तर माध्य

ΣX=समस्त मदो का योगफल

N=मदो की सख्या

(ii) लघु विधि (Short Cut Method)

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma d}{N}$$

जहाँ a=कल्पित माध्य

d=a से एक चर का विचलन जसे x—a

Σd=विचलनो का शुद्ध योग

(ख) विच्छिन्न व अविच्छिन्न शृंखलाएँ (Discrete and Continuous Series)

(i) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$\bar{X}=\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

जहाँ Σfx=चर और उसकी आवृत्ति के गुणनफलो का योग

Σf=कुल आवृत्तियो का योग

(ii) लघु विधि (Short Cut Method)

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

जहाँ a=कल्पित माध्य

Σfd=आवृत्ति और समत विचलनों के गुणनफलों का योग

Σf=आवृत्तियों का योग

(iii) पद विचलन विधि (Step Deviation Method)

$$\bar{X}=a\pm\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\times i$$

जहाँ $d'=\frac{x-a}{i}$

i=वर्ग विस्तार (Class interval)

Weighted Mean

$$\bar{X}W=\frac{\Sigma XW}{\Sigma W}$$

जहाँ $\bar{X}W$=भारित माध्य

ΣXW=मूल्य और उनके भार के गुणनफल का योग

ΣW=भार का योग

(2) मध्यका (Median)

(क) व्यक्तिगत श्रृंखलाएँ (Individual Series)

(i) मध्यका=$\frac{n+1}{2}$ वाँ मद का आकार

जहाँ n=मदों की संख्या

(ii) प्रथम चतुर्थक $(Q_1)=\frac{n+1}{4}$ वाँ मद का आकार

(iii) तृतीय चतुर्थक $(Q_3)=\left(\frac{3\,(n+1)}{4}\right)$ वाँ मद का आकार

नोट—व्यक्तिगत और विच्छिन्न श्रृंखलाओं में मध्यका का मूल्य ज्ञात करने के लिए $\frac{n+1}{2}$ का प्रयोग किया जाता है जबकि अविच्छिन्न श्रृंखलाओं में $\frac{n}{2}$ का प्रयोग किया जाता है।

(ख) सामूहिक आँकड़े या विच्छिन्न व अविच्छिन्न श्रृंखलाएँ

$$\text{(i) मध्यका}=l_1+\frac{\frac{n}{2}-C}{f}\,(l_2-l_1)$$

जहाँ $\frac{n}{2}$=मध्य पद

l_1=मध्यका वर्ग की निम्न सीमा,

l_2=मध्यका वर्ग की उच्च सीमा

f=मध्यका वर्ग की आवृत्ति

C=मध्यका वर्ग से पहले वर्ग की संचयी आवृत्ति

(ii) प्रथम चतुर्थक $(Q_1)=l_1+\frac{\frac{n}{4}-C}{f}(l_2-l_1)$

(iii) तृतीय चतुर्थक $(Q_3)=l_1+\frac{\frac{3n}{4}-C}{f}(l_2-l_1)$

(iv) द्वितीय दशमक $(D_2)=l_1+\frac{\frac{2n}{10}-C}{f}(l_2-l_1)$

(v) द्वितीय शतमक $(P_2)=l_1+\frac{\frac{2n}{100}-C}{f}(l_2-l_1)$

(3) भूयिष्ठक (Mode)

(i) व्यक्तिगत व विच्छिन्न श्रृंखला (Individual and Discrete Series)

व्यक्तिगत श्रृंखला में भूयिष्ठक वह मद होती है जो उसमें सबसे अधिक बार पाया जाता है। विच्छिन्न श्रृंखला में भूयिष्ठक उस मद में स्थित होता है जिसकी आवृत्ति अधिकतम होगी। इसका समूहीकरण विधि से ज्ञात किया जाता है।

(ii) अविच्छिन्न श्रृंखला (Continuous Series)

भूयिष्ठक$=l_1+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}(l_2-l_1)$

जहाँ l_1=भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा

l_2=भूयिष्ठक वर्ग की उच्च सीमा

f_1=भूयिष्ठक वर्ग की आवृत्ति

f_0=भूयिष्ठक वर्ग से पहले वर्ग की आवृत्ति

f_2=भूयिष्ठक वर्ग से बाद के वर्ग की आवृत्ति

अथवा

भूयिष्ठक$=l_1+\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\times h$ (iii)

जहाँ l_1=भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा

$\Delta 1$=भूयिष्ठक वर्ग और उससे पहले वर्ग की आवृत्तियों का अन्तर

$\Delta 2$=भूयिष्ठक वर्ग और उसके बाद के वर्ग की आवृत्तियों का अन्तर
h=भूयिष्ठक वर्ग विस्तार

अपकिरण या विक्षेपण के माप (Measures of Dispersion)

1 **विस्तार (Range)**

व्यक्तिगत, विच्छिन्न एवं अविच्छिन्न श्रृंखला (Individual, Discrete and Continuous Series)

विस्तार (Range)=L—S
जहाँ L=अधिकतम संख्या
S=न्यूनतम संख्या

विस्तार गुणांक (Coefficient of Range)$=\frac{L-S}{L+S}$

2 **चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation)**

चतुर्थ विचलन (Q D)$=\frac{Q_3-Q_1}{2}$

चतुर्थक गुणांक (Coefficient of Q D)$=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

3 **माध्य विचलन (Mean Deviation)**

(i) व्यक्तिगत श्रृंखला (Individual Series)

माध्य विचलन (M D)$=\frac{\Sigma |dx|}{N}$
(समान्तर माध्य से)

जहाँ $|dx|$ =समान्तर माध्य से विचलन (+) या (—) चिह्न छोड़कर

माध्य विचलन (M D)$=\frac{\Sigma |dm|}{N}$
(मध्यका से)

जहाँ $|dm|$ =मध्यका से विचलन (+) या (—) चिह्न छोड़कर

माध्य विचलन (M D)$=\frac{\Sigma |dz|}{N}$
(भूयिष्ठक से)

जहाँ $|dz|$ =भूयिष्ठक से विचलन (+) या (—) चिह्न छोड़कर

(ii) विच्छिन्न और अविच्छिन्न श्रृंखला (Discrete and Continuous Series)

माध्य विचलन (M D)$=\frac{\Sigma f |dx|}{\Sigma f}$
(समान्तर माध्य से)

माध्य विचलन (M D) (मध्यका से) $= \frac{\Sigma f \mid dm \mid}{\Sigma f}$

(iii) माध्य विचलन (M D) $= \frac{\Sigma f \mid dz \mid}{\Sigma f}$

4 सभी श्रृंखलाओं मे (In All Series)

माध्य विचलन गुणांक (Coefficient of (M D) $=$ माध्य विचलन / माध्य या मध्यका या भूयिष्ठक

5 प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

(i) व्यक्तिगत श्रृंखला (Individual Series)

(क) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$\text{प्रमाप विचलन } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{N}}$$

जहां $dx = (X - \overline{X})$ अर्थात मदों का समान्तर माध्य से विचलन

(ख) अप्रत्यक्ष या लघु विधि (Indirect or Short Cut Method)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma dx}{N}\right)^2}$$

जहाँ $dx =$ मदों का कल्पित माध्य से विचलन

(ii) विच्छिन्न और अविच्छिन्न श्रृंखला (Discrete and Continuous Series)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma f dx}{\Sigma f}\right)^2}$$

(iii) पद विचलन विधि (Step Deviation Method)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f dx'^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma f dx'}{\Sigma f}\right)^2} \times i$$

जहाँ $x =$ मध्य बिन्दु

$$dx' = \frac{x - a}{i}$$

$i =$ वर्ग विस्तार या समापवर्तक

6 विचरण मापांक (Variance) $= \sigma^2$

7 विचरण गुणांक (Coefficient of Variance or C V) $= \frac{\sigma}{\overline{X}} \times$

सहसम्बन्ध (Correlation)

सहसम्बन्ध गुणांक (Coefficient of Correlation)

1 कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक सूत्र (Karl Pearson's Correlation Coefficient of Equations

प्रत्यक्ष विधि

$$r=\frac{\Sigma dxdy}{N\sigma x\sigma Y} \text{ अथवा } \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \Sigma dy^2}}$$

जहाँ r=सहसम्बन्ध गुणांक

d=(X—$\bar{X}$) अर्थात् X श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

dy=(Y—$\bar{Y}$) अर्थात Y श्रेणी का समान्तर माध्य से विचलन

σ=श्रेणी X का परिमाप विचलन

σY=श्रेणी Y का परिमाप विचलन

N=मदों की संख्या

अप्रत्यक्ष विधि—कल्पित माध्य विधि

$$r=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx\times\Sigma dy}{N}}{\sqrt{\Sigma dx^2-\frac{(\Sigma dx)^2}{N}}\times\sqrt{\Sigma dy^2-\frac{(\Sigma dy)^2}{N}}}$$

जहा r=सहसम्बन्ध गुणांक

d=X श्रेणी का कल्पित माध्य से विचलन

dy=Y श्रेणी का कल्पित माध्य से विचलन

N=मदों की संख्या

2 चार्ल्स स्पियरमैन का क्रम-सहसम्बन्ध गुणांक (Charles Spearman's Coefficient of Rank Correlation)

$$rk=1-\frac{6\ \Sigma D^2}{N(N^2-1)}$$

जहाँ rk=क्रम सहसम्बन्ध गुणांक

D=क्रम या स्थान अन्तर (जैसे क्रम X-क्रम Y),

ΣD²=क्रमान्तरों के वर्गफलों का योग

N=पद युग्मों (pairs of items) की संख्या

सूचकांक (Index Numbers)

1 साधारण समूह विधि (Simple Aggregative Method)

$$P_{01}=\frac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0}\times 100$$

जहाँ p_{01} = वर्तमान वर्ष का मूल्य सूचकांक

Σp_1 = वर्तमान वर्ष के मूल्यों का योग

Σp_0 = आधार वर्ष के मूल्यों का योग

2 साधारण मूल्यानुपात माध्य विधि (Simple Average of Price Relative Method)

$$P_{01}=\frac{\Sigma\left(\frac{p_1}{p_0}\times 100\right)}{N}$$

जहाँ N = मदों या वस्तुओं की संख्या

3 भारित समूह विधि—लस्पेयरस विधि (Weighted Aggregative Method Lespeyres' Method)

$$P_{01}=\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\times 100$$

जहाँ q_0 = आधार वर्ष में वस्तु की मात्रा

4 मूल्यानुपातों की भारित माध्य विधि (Weighted Average of Price Relative Method)

$$P_{01}=\frac{\Sigma \frac{p_1}{p_0}\times 100\times p_0 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$$

5 निर्वाह व्यय सूचकांक के निर्माण के लिए भारित समूह विधि

निर्वाह व्यय सूचकांक $(P_{01})=\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\times 100$

6 पारिवारिक बजट रीति

इस रीति द्वारा सूचकांक का निर्माण करने के लिए सूत्र इस प्रकार है

उपभोक्ता-मूल्य सूचकांक $=\frac{\Sigma pv}{\Sigma v}$

Examination Papers

Delhi 1980

Class XI

ECONOMICS

Time Allowed: 2½ Hours | Maximum Marks 90

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Part I

1 सांख्यिकी की परिभाषा दीजिए। आर्थिक नियोजन के क्षेत्र में इसकी उपयोगिता बताइए। 4 6

2 प्राथमिक आँकड़ों को संकलित करने की विभिन्न रीतियों के नाम लिखिए। इनमें से किसी एक के गुण-दोषों की विवेचना कीजिए। 2 8

अथवा

निम्नलिखित में से किन्हीं दो पर संक्षिप्त टिप्पणी कीजिए (उदाहरण के लिए कल्पित आंकड़ों का प्रयोग कीजिए)

(a) आवृत्ति आयत चित्र
(b) वृत्त चित्र
(c) चित्र-आलेख। 5,5

3 अर्थशास्त्र के अध्ययन में निर्देशांकों के महत्व की संक्षिप्त व्याख्या कीजिए। 10

अथवा

निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से 1975 को आधार मानकर सरल समूह रीति से 1979 का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

वस्तुएँ	क	ख	ग	घ	ङ
1975 की कीमतें (रुपयों में)	50	40	10	5	2
1979 की कीमतें (रुपयों में)	80	60	20	10	6

10

अथवा

निम्न आँकड़ों की सहायता से कीमत तथा पूर्ति में क्रम सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

कीमत	4	6	8	10	12	14	16	18
पूर्ति	10	15	20	25	30	35	40	45

10

अथवा

निम्न आंकड़ा से मध्यका, प्रथम चतुर्थक तथा तृतीय दशमक ज्ञात कीजिए

साप्ताहिक आय (रुपया में)	श्रमिकों की संख्या
58	2
59	3
60	6
61	15
62	10
63	5
64	4
65	3
66	1

4,3 3

5 निम्न वितरण से माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए

मद	आवृत्ति
0— 5	2
5—10	5
10—15	7
15—20	13
20—25	21
25—30	16
30—35	8
35—40	3

4,6

Part II

1 ब्रिटिश शासन-काल में भारत मे बाजार व्यवस्था के प्रसार से पूजीवादी उद्यम के प्रादुर्भाव म किस प्रकार सहायता मिली ? 8

अथवा

उन्नीसवीं शताब्दी मे भारत मे हस्त शिल्पो क विनाश के चार कारण गिनाइए। 8

2 जनसंख्या विस्फोट से आप क्या समझते हैं ? भारत में इसके दुष्परिणामो से बचने के लिए उपयुक्त कदमो की क्या आवश्यकता है ? 4 6

3 भारत मे आर्थिक नियोजन के तीन प्रमुख उद्देश्य बताइए। उनमे से किसी एक का भारतीय जनता के लिए महत्व बताइए। 3,5

4 निम्न मे से किन्हीं दो का उत्तर दीजिए
(a) भारत के निर्यात की प्रमुख मदो के नाम बताइए ।
(b) भारत म केन्द्रीय सरकार की आय के तीन प्रमुख स्रोतो के नाम बताइए ।
(c) भारत के तीन महत्त्वपूर्ण बडे पैमानो के उद्योगो के नाम बताइए । 3,3

5 उपयुक्त शब्द चुनकर निम्न वाक्यो की पूर्ति कीजिए
(a) भारत मे मौद्रिक सफल उत्पादन की तुलना मे वास्तविक सकल उत्पाद मे अधिक / कम वृद्धि हुई है ।
(b) भारत मे राष्ट्रीय उत्पादन मे कृषि का योगदान बढ़ / घट रहा है ।
(c) भारत मे शिक्षित बेरोजगारी घट / बढ़ रही है ।
(d) भारत का व्यापार सन्तुलन प्राय अनुकूल / प्रतिकूल होता है । 2,2 2,2